$$
\begin{aligned}
L_{2\mathrm{q}} &= \int_0^6 3rI_{\mathrm{qx}}{}^2\mathrm{d}x\times10^{-3}\\
&= \int_0^2 3r\times(9.3675x)^2\mathrm{d}x\times10^{-3}+\int_2^6 3r\times(9.3675x-I_{\mathrm{C}})^2\mathrm{d}x\times10^{-3}\\
&\fallingdotseq 87.750r\int_0^2 3x^2\mathrm{d}x\times10^{-3}+3r\int_2^6\left(87.750x^2-2\times9.3675I_{\mathrm{C}}x+I_{\mathrm{C}}{}^2\right)\mathrm{d}x\times10^{-3}\\
&= 87.750r\int_0^6 3x^2\mathrm{d}x\times10^{-3}-3r\times9.3675I_{\mathrm{C}}\int_2^6 2x\mathrm{d}x+3rI_{\mathrm{C}}{}^2\int_2^6 1\mathrm{d}x\times10^{-3}\\
&= \left(87.750r[x^3]_0^6-3r\times9.3675I_{\mathrm{C}}[x^2]_2^6+3rI_{\mathrm{C}}{}^2[x]_2^6\right)\times10^{-3}\\
&= 18.954r-0.89928rI_{\mathrm{C}}+0.012rI_{\mathrm{C}}{}^2
\end{aligned}
$$

と求められる。したがって，コンデンサ接続前後における抵抗損による配電線損失電力の差Lは，

$$
\begin{aligned}
L &= L_1-L_2\\
&= L_{1\mathrm{q}}-L_{2\mathrm{q}}\\
&= 18.954r-\left(18.954r-0.89928rI_{\mathrm{C}}+0.012rI_{\mathrm{C}}{}^2\right)\\
&= 0.89928rI_{\mathrm{C}}-0.012rI_{\mathrm{C}}{}^2
\end{aligned}
$$

と求められる。

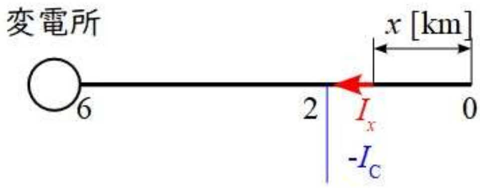


図 1

(2)Lを最大とするコンデンサ容量Q_{C} [kvar]

Lを最大にするためには，$\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}I_{\mathrm{C}}}=0$にすればよいので，

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}I_{\mathrm{C}}}=0.89928r-0.024rI_{\mathrm{C}} &= 0\\
I_{\mathrm{C}} &= 37.47[\mathrm{A}]
\end{aligned}
$$

となる。よって，コンデンサ容量Q_{C} [kvar]は，接続点における配電線電圧$V_{\mathrm{C}}=6.6$ [kV]であるので，

$$
\begin{aligned}
Q_{\mathrm{C}} &= \sqrt{3}V_{\mathrm{C}}I_{\mathrm{C}}\\
&= \sqrt{3}\times6.6\times37.47\\
&\fallingdotseq 428.34 \quad\rightarrow\quad 428\ [\mathrm{kvar}]
\end{aligned}
$$

と求められる。

【ワンポイント解説】

一種の問題としては近年稀に見る易しい問題と言えます。かなり易しい問題なので，一種の受験生であればほとんどの方が解けるのではないかと思います。計算間違い等に注意して解くようにしましょう。

1.速度調定率R

発電機の定格回転数N_n，回転速度の変化量ΔNもしくは定格周波数f_n, 周波数変化量Δfとしたときの定格出力P_n，出力変化量ΔPの比を速度調定率Rと言い，

$$R = \frac{\frac{\Delta N}{N_n}}{\frac{\Delta P}{P_n}} = \frac{\frac{\Delta f}{f_n}}{\frac{\Delta P}{P_n}}$$

となります。

【解答】

(1)発電機Aのみの運転時，系統負荷が10 MW減少したときの系統周波数の変化

ワンポイント解説「1.速度調定率R」より，

$$R_A = \frac{\frac{\Delta f}{f_n}}{\frac{\Delta P_A}{P_{An}}}$$

$$0.04 = \frac{\frac{\Delta f}{50}}{\frac{10}{200}}$$

$$\Delta f = 0.1\ [\mathrm{Hz}]$$

と求められる。系統負荷が減少したので周波数は上昇する。

(2)発電機Aと発電機Bとの並列運転時，系統負荷が10 MW減少したときの系統周波数の変化

ワンポイント解説「1.速度調定率R」より，

$$R_A = \frac{\frac{\Delta f}{f_n}}{\frac{\Delta P_A}{P_{An}}}$$

$$0.04 = \frac{\frac{\Delta f}{50}}{\frac{\Delta P_A}{200}}$$

$$\frac{\Delta f}{50} = 0.04 \times \frac{\Delta P_A}{200}$$

$$\Delta f = \frac{\Delta P_A}{100} \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

となり同様に，

$$R_B = \frac{\frac{\Delta f}{f_n}}{\frac{\Delta P_B}{P_{Bn}}}$$

$$0.03 = \frac{\frac{\Delta f}{50}}{\frac{\Delta P_B}{100}}$$

$$\frac{\Delta f}{50} = 0.03 \times \frac{\Delta P_B}{100}$$

$$\Delta f = \frac{1.5\Delta P_B}{100} \quad \cdots\cdots\cdots ②$$

となる。また，発電機Aと発電機Bの出力変化量の合計が10 MWとなるから，

$$\Delta P_A + \Delta P_B = 10 \quad \cdots\cdots\cdots ③$$

となる。①，②，③の連立方程式を解くと，

$$\Delta f = 0.06\ [\mathrm{Hz}],\ \Delta P_A = 6\ [\mathrm{MW}],\ \Delta P_B = 4\ [\mathrm{MW}]$$

と求められる。系統負荷が減少したので周波数は上昇する。

(3)系統負荷が250 MWから200 MWに減少したときの，系統周波数，発電機Aの出力[MW]，及び発電機Bの出力[MW]

(2)と同様に求める。

$$\Delta f = \frac{\Delta P_A}{100} \quad \cdots\cdots ①'$$

$$\Delta f = \frac{1.5\Delta P_B}{100} \quad \cdots\cdots ②'$$

$$\Delta P_A + \Delta P_B = 50 \quad \cdots\cdots ③'$$

となるので，

$$\Delta f = 0.3\ [\mathrm{Hz}],\ \Delta P_A = 30\ [\mathrm{MW}],\ \Delta P_B = 20\ [\mathrm{MW}]$$

と求められる。負荷変化前の，系統周波数が49.9 Hz，発電機Aの出力が150 MW，発電機Bの出力が100 MWであるので，負荷変化後の系統周波数f'，発電機Aの出力P'_A，発電機Bの出力P'_Bは，

$$f' = 49.9 + 0.3 = 50.2\ [\mathrm{Hz}]$$

$$P'_A = 150 - 30 = 120\ [\mathrm{MW}]$$

$$P'_B = 100 - 20 = 80\ [\mathrm{MW}]$$

と求められる。

2016 年 問 1

問題　【難易度】★★★☆☆（普通）

火力発電所におけるコンバインドサイクル発電に関して，次の問に答えよ。

(1)　図 1，図 2 それぞれの発電方式の名称を答えよ。

(2)　図 1 の発電方式と比較した場合，図 2 の発電方式の特徴について四つ述べよ。

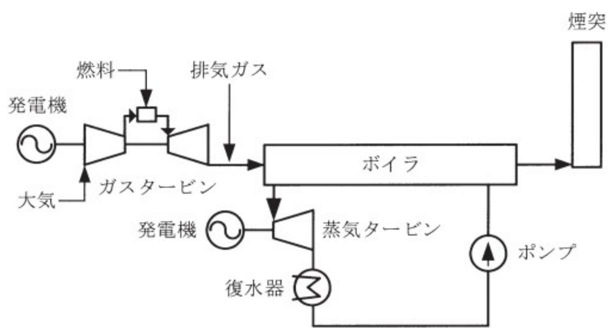


図 1

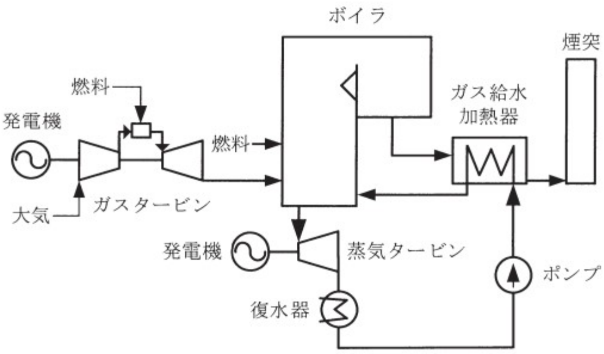


図 2

【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)

【ワンポイント解説】

コンバインドサイクルはガスタービンと蒸気タービンを組み合わせた発電方式で，ガスタービンの排熱の有効利用により熱効率が汽力発電に比べて高いという特徴があります。現在最も建設しているのは図 1 の排熱回収方式で，構造が簡単で熱効率も高いという特徴があります。

1.排熱回収方式(図 1)の特徴

・容量比がガスタービン：蒸気タービンで 2:1 程度である。

・蒸気タービンでの単独運転はできない。

・ガスタービンの排気の流量と温度見合いで蒸気タービンの出力が決まる。

・従来の汽力発電に比べ水の保有量が少ないので，起動時間が短い。

・従来の汽力発電に比べ水の保有量が少ないので，復水器での熱損失が少ない。

・気温が上がると出力が大幅に小さくなってしまう。

2.排気再燃方式(図 2)の特徴

・容量比がガスタービン：蒸気タービンで 1:3 程度である。

・蒸気タービンでの単独運転が可能である。(100%容量の押込通風機がある場合)

・蒸気タービンの出力をガスタービンの排気のみでなくボイラに投入する燃料で調整できる。

・運転制御が複雑となる。

・排熱回収方式に比べ水の保有量が多いので，起動時間が長くなる。

【解答】

(1)図 1，図 2 それぞれの発電方式の名称

図 1：排熱回収方式

図 2：排熱再燃方式

(2)排熱回収方式と比較した場合，排熱再燃方式の特徴

(ポイント)

ワンポイント解説の通りです。「2.排気再燃方式(図 2)の特徴」に記載している内容から 4 つ記載すれば十分と思います。

(試験センター解答例)

・発電機を回す動力源として，蒸気タービンのみを利用する既設のコンベンショナル(従来型)火力のリパワリング(出力増強と熱効率改善)に適用できる。

・プラント出力に対する蒸気タービンの出力の割合が大きい，又はボイラの蒸気発生量が多い。

・蒸気タービンの単独運転が可能である(100%容量の押込通風機を設置した場合)。

・運転制御系が複雑となる。

・起動から定格負荷までの時間並びに定格負荷から停止までの時間が長い。

・ボイラに使用する燃料はガスタービンと無関係に選択できる。

などより四つを記載する。

2017 年 問 4

問題　【難易度】★★★★★（難しい）

図において，並行 2 回線送電線（50 Hz）の 1 回線故障に伴う高速再閉路がタービン発電機の軸に与える影響を検討する。昇圧変圧器の高圧側母線至近端で三相短絡故障(故障点抵抗零)が発生し，その後 0.1 秒で三相遮断，故障除去， 1 回線運用に瞬時に移行した状況を想定している。次の問に答えよ。

タービン発電機は過渡リアクタンス背後電圧一定のモデルで表現し，その定格容量は 1000 MV · A，過渡リアクタンスは $x_{\mathrm{d}}' = 0.3\ \mathrm{p.u.}$(自己容量基準)，慣性定数 M は自己容量基準で 7 秒とし，固定子抵抗，励磁制御や調速機の効果，電気的トルクの振動成分は全て無視するものとする。ここで，発電機の回転速度 ω の挙動は，機械的入力 P_{m}，電気的出力 P_{e} を用いて，微分方程式

$$M\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = P_{\mathrm{m}} - P_{\mathrm{e}}$$

で表現するものとする。なお，回転速度の変化は小さいため，電力とトルクは同じものと仮定する。変圧器と送電線はともにリアクタンス 0.1 p.u.（1000 MV · A 基準。送電線は 1 回線分)とし，その他のインピーダンスは無視する。故障発生前は，タービン発電機は定格端子電圧 1.0 p.u.，定格出力，定格力率 90 %(遅れ)で運転していたものとする。

(1)　短絡時の電気的トルクのステップ変化の大きさを p.u. 単位で求めよ。

(2)　故障発生後 0.1 秒間のタービン発電機の内部相差角増大量 $\Delta\delta$ を rad 単位で計算せよ。

(3)　故障発生前及び故障除去後（1 回線運用中)の直列合成リアクタンス(発電機内部電圧から無限大母線までの間にある全リアクタンスを合成した値)をそれぞれ求めよ。また，故障発生前の発電機の運転条件から x_{d}' 背後電圧 $\dot{E}_{\mathrm{q}}'$ の大きさと，無限大母線電圧 $\dot{V}_{\mathrm{i}}$ の大きさを求めよ。答えは全て p.u. 単位で記すこと。

(4)　小問(2)で求めた故障除去時までの $\Delta\delta$ [rad] について $\sin\Delta\delta \fallingdotseq \Delta\delta$ と近似するものとして，故障除去時の電気的トルクのステップ変化の大きさを p.u. 単位で求めよ。正弦関数の加法定理 $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$ を用いてよい。

(5)　高速再閉路の際に故障が継続していると再び電気的トルクが大きく変化する。タービン発電機には振動数 10 Hz 程度の軸ねじれ現象が生じることを参考にして，高速再閉路のタイミングが 0.1 秒程度以下ずれるだけで軸の機械的疲労が大きく左右されることを説明せよ。

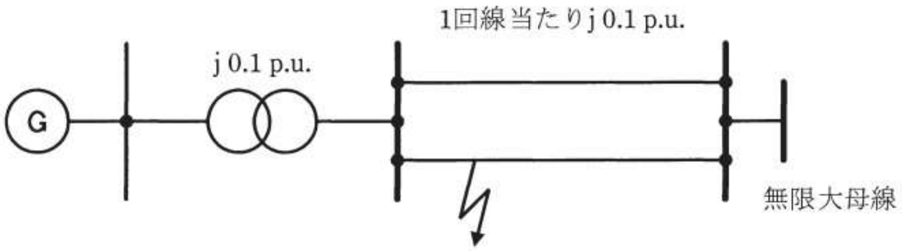


図　一機無限大母線系統

【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

【ワンポイント解説】
一種の電力管理は二種と比べて計算問題の出題割合が少なく，出題されても本問のような難問が出題されるケースが多々あります。過去問でもあまり見たことがない問題であるため，試験日当日に解くためには，かなりの習熟が必要と考えられます。

1.系統の送電電力

送電電圧を V_s，受電電圧を V_r，送電線のリアクタンスを X，V_s と V_r の相差角を δ とすると，送電電力 P は，

$$P = \frac{V_\mathrm{s}V_\mathrm{r}}{X}\sin\delta$$

となります。

【解答】

(1)短絡時の電気的トルクのステップ変化の大きさ

題意より電力とトルクは同じものと仮定し，タービン発電機は定格出力 $P_\mathrm{n} = 1.0\ [\mathrm{p.u.}]$，定格力率 $\cos\theta = 0.9$ で運転していたので，短絡前の電気的トルク P_0 は，

$$\begin{aligned} P_0 &= P_\mathrm{n}\cos\theta \\ &= 1.0 \times 0.9 \\ &= 0.9\ [\mathrm{p.u.}] \end{aligned}$$

となる。一方，短絡発生後のトルク $P_1 \fallingdotseq 0$ となるから，短絡時の電気的トルクのステップ変化の大きさは，

$$\begin{aligned} P_0 - P_1 &= 0.9 - 0 \\ &= 0.9\ [\mathrm{p.u.}] \end{aligned}$$

と求められる。

(2)故障発生後 0.1 秒間のタービン発電機の内部相差角増大量 $\Delta\delta$

故障発生前の機械的入力は電気的出力と等しいので 0.9 p.u. であり，故障発生後も変化しない。ゆえに，問題に与えられている微分方程式は，

$$\begin{aligned} M\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} &= P_\mathrm{m} - P_\mathrm{e} \\ 7 \times \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} &= 0.9\ [\mathrm{p.u.}] \\ \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} &\fallingdotseq 0.12857 \\ \mathrm{d}\omega &= 0.12857\mathrm{d}t \end{aligned}$$

と計算できる。事故発生前のωが0であることを考慮し，両辺を積分すると，

$$\omega = 0.12857t$$

となり，$\Delta\delta = \int \omega \mathrm{d}t$ であるから，

$$\begin{aligned} \Delta\delta &= \int_0^{0.1} \omega\mathrm{d}t \\ &= \int_0^{0.1} 0.12857t\mathrm{d}t \\ &= \left[0.12857 \cdot \frac{t^2}{2}\right]_0^{0.1} \\ &= 0.00064285\ [\mathrm{p.u.}] \\ &= 0.00064285 \times 2\pi f\ [\mathrm{rad}] \\ &= 0.00064285 \times 2\pi \times 50\ [\mathrm{rad}] \\ &\fallingdotseq 0.20196[\mathrm{rad}] \quad \to \quad 0.202\ [\mathrm{rad}] \end{aligned}$$

と求められる。

(3)故障発生前及び故障除去後(1 回線運用中)の直列合成リアクタンス，x'_d 背後電圧 $\dot{E}'_\mathrm{q}$ の大きさと無限大母線電圧 $\dot{V}_\mathrm{i}$ の大きさ

故障発生前の直列合成リアクタンス X_0 は，タービン発電機のリアクタンス $x'_\mathrm{d} = 0.3$ p.u. であるから，

$$X_0 = 0.3 + 0.1 + \frac{0.1}{2} = 0.45\ [\mathrm{p.u.}]$$

となる。一方，故障除去後の直列合成リアクタンス X_2 は，送電線が 1 回線となっていることから，

$$X_2 = 0.3 + 0.1 + 0.1 = 0.5\ [\mathrm{p.u.}]$$

となる。

発電機電流 $\dot{I}$ [p.u.] とすると，

$$\begin{aligned} \dot{I} &= 1.0(\cos\theta + \mathrm{j}\sin\theta) \\ &= 1.0\left(\cos\theta + \mathrm{j}\sqrt{1-\cos^2\theta}\right) \\ &= 1.0\left(0.9 + \mathrm{j}\sqrt{1-0.9^2}\right) \\ &\fallingdotseq 0.9 + \mathrm{j}0.43589\ [\mathrm{p.u.}] \end{aligned}$$

であり，発電機端子電圧を $\dot{V}$ とすると電圧電流ベクトル図は図 1 のように描ける。よって，x'_d 背後電圧 $\dot{E}'_\mathrm{q}$ は，

$$\begin{aligned} \dot{E}'_\mathrm{q} &= \dot{V} + x'_\mathrm{d}\dot{I}\sin\theta + \mathrm{j}x'_\mathrm{d}\dot{I}\cos\theta \\ &= 1.0 + 0.3 \times 0.43589 + \mathrm{j}0.3 \times 0.9 \\ &\fallingdotseq 1.1308 + \mathrm{j}0.27\ [\mathrm{p.u.}] \end{aligned}$$

と求められる。したがって，$\dot{E}'_\mathrm{q}$ の大きさは，

$$\begin{aligned} E'_\mathrm{q} &= \sqrt{1.1308^2 + 0.27^2} \\ &\fallingdotseq 1.1626\ [\mathrm{p.u.}] \quad \to \quad 1.16\ [\mathrm{p.u.}] \end{aligned}$$

と求められる。

次に，無限大母線電圧 $\dot{V}_\mathrm{i}$ は，図 1 のベクトル図より，

$$\begin{aligned} \dot{V}_\mathrm{i} &= \dot{V} - x\dot{I}\sin\theta - \mathrm{j}x\dot{I}\cos\theta \\ &= 1.0 - 0.15 \times 0.43589 - \mathrm{j}0.15 \times 0.9 \\ &\fallingdotseq 0.93462 - \mathrm{j}0.135\ [\mathrm{p.u.}] \end{aligned}$$

と求められる。よって，$\dot{V}_\mathrm{i}$ の大きさは，

$$\begin{aligned} V_\mathrm{i} &= \sqrt{0.93462^2 + 0.135^2} \\ &= 0.94432[\mathrm{p.u.}] \quad \to \quad 0.944[\mathrm{p.u.}] \end{aligned}$$

と求められる。

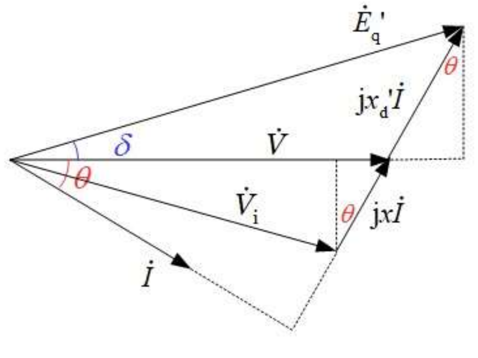


図 1

(4)故障除去時の電気的トルクのステップ変化の大きさ

故障発生前の電気的トルク(＝出力) P_0 は，その時の相差角 δ とすると，ワンポイント解説「1.系統の送電電力」より，

$$P_0 = \frac{E'_\mathrm{q}V_\mathrm{i}}{X_0}\sin\delta$$

2018 年 問 2

問題　【難易度】★★★☆☆（普通）

電力系統に発生した事故を事故除去リレーの働きによって高速で除去することで，通常は事故点を含む最小限の範囲の設備が停止することとなるが，系統及び事故の様相によっては，系統全体に事故の影響が波及拡大し，広範囲な停電を起こす場合があることから，事故波及防止リレーシステムが導入されている。事故によって次の(1)から(3)の事象が発生した場合に，どのような事故波及が発生する可能性があるのか，また，その事故波及を防止するために，事故波及防止リレーシステムによってどのような制御を行うのかについて，(1)から(3)のそれぞれに対し，100～300文字程度で簡潔に述べよ。

(1)　送電線等の過負荷

(2)　周波数低下

(3)　発電機の脱調

【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)	(3)

【ワンポイント解説】

2014 年問 4 に事故波及防止リレーシステムに関する問題が出題されています。電験の場合，過去問と全く同じ問題は出題されませんが，このように過去問の類題は出題されることは多々あります。試験勉強の際には，過去問の内容＋αの勉強をすると高得点が狙えると思います。

【解答】

(1)送電線等の過負荷

(ポイント)

・「100～300 文字程度」となっているので，300 文字弱にすることが大事であると思います。

・過負荷になる時の最大の問題は過負荷の連鎖であり，系統切替や電力調整で対応できる場合はまず系統切替や電力調整で対応し、不可能な場合は負荷遮断をすることになります。

(試験センター解答例)

事故により送電線や変圧器が停止し，他の健全設備の過負荷が発生した場合，過負荷になった設備の損壊等による事故の発生，又は，損壊等を回避するための設備停止によって，大規模な停電に至る可能性がある。また，ループ状やメッシュ状の系統では，過負荷になった設備の停止により，他の設備が過負荷となり，次々と設備停止を余儀なくされる可能性もある。

このような事故波及を防止するため，発電機出力又は負荷の抑制や遮断によって，送電線や変圧器を通過する電流を抑制する。

(2)周波数低下

(ポイント)

・周波数の低下は何らかの原因で系統全体の有効電力のアンバランス(需要過多)が生じた時に発生するものです。

・周波数の低下は過負荷の場合に比べ，発電プラントの停止が絡んで来るので，余裕時間が少なく早急に負荷遮断等の対応をする必要があります。

(試験センター解答例)

系統事故(及びその波及)により大量の電源が脱落し，大幅な需給アンバランスが生じた場合には，通常の制御では対処できない急激かつ大幅な周波数低下が発生し，これが発電プラントの安定運転限界を超過すると，連鎖的な発電機の脱落に繋がる可能性がある。

このような事故波及を防止するため，一部の負荷を遮断することで周波数の維持を図る。さらに，この対策によっても周波数の回復が困難で周波数低下状態が継続する場合には，連系系統を分離したり，適当な近傍負荷を有する局地火力系統を分離して単独系統として安定運転を維持させたりするなどにより，事故の影響による停電等が電力系統全体に及ぶことを回避する対策も採用されている。

(3)発電機の脱調

(ポイント)

・発電機の脱調は周波数や負荷の変動により，同期発電機の内部相差角が大きくなり，同期が外れてしまう現象です。

・脱調した場合は一旦系統から切り離し，脱調の連鎖を防止した後，再並列をする等の対策がなされます。

(試験センター解答例)

事故除去の遅延や失敗によって発電機が脱調に至った場合，脱調の電気的中心付近の電圧が大きく低下することから，これを放置すると，他の発電機の電気出力の低下により次なる脱調が起こるという連鎖的な脱調現象が発生する可能性がある。

このような事故波及を防止するため，発電機の脱調が予測される場合に一部の電源の遮断を行って脱調現象の発生を防止する，又は，発電機の脱調が発生した後にこれを速やかに検出して脱調の電気的中心の両端で系統を分離することでそれ以上の進展を防止するといった制御を行う。

2019 年 問 3

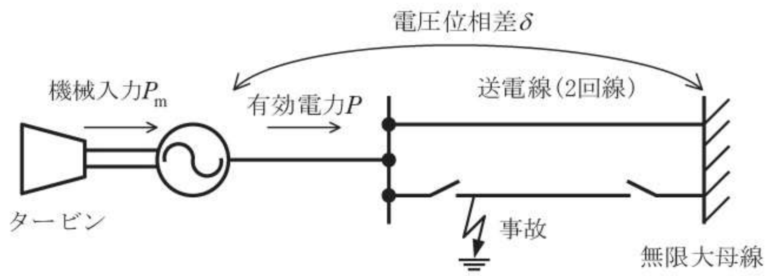
問題　【難易度】★★☆☆☆（やや易しい）

図に示す 1 機無限大母線系統の 2 回線送電線において，1 回線の送電線母線の至近線で事故が起こり，当該回線の三相遮断が行われた場合の過渡安定性について，次の問に答えよ。

(1)　3 線地絡事故時に比べ 1 線地絡事故時の方が，過渡安定性面から見た送電線事故の過酷度合いは低い。この理由を，事故中の送電電力の違いをもとに，200 字程度以内で説明せよ。

(2)　3 線地絡事故に対し，事故除去時間が短いほど過渡安定性の余裕が増大する。この理由を，図中の P，P_{m}，δ を用いた等面積法の図を描き，説明せよ。ここに事故中の事故点電圧は零とする。

(3)　一般に，発電機励磁系に超速応励磁装置を用いて過渡安定性を改善する場合，PSS(Power System Stabilizer) を組み合わせることが多い。PSS を組み合わせる目的と PSS の基本機能を 200 字程度以内で説明せよ。



【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)	(3)

【ワンポイント解説】

送電線の事故に関する問題は 1 種の二次試験では頻出の問題となっています。いずれの設問も重要な内容となるので，確実に理解しておくようにしておきましょう。

【解答】

<u>(1) 3 線地絡事故時に比べ 1 線地絡事故時の方が，過渡安定性面から見た送電線事故の過酷度合いは低い理由</u>

(ポイント)

・1 線地絡と 3 線地絡の等価回路図を描くと最も分かりやすいと思いますが，等価回路図より明らかに事故点の正相電圧の大きさは，3 線地絡時より 1 線地絡時の方が大きくなり送電電力が大きく，発電機の加速エネルギーが小さくなることがわかります。

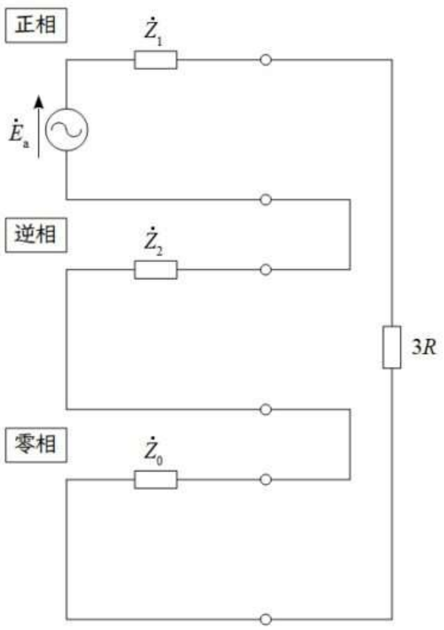


図 1　1線地絡時の等価回路

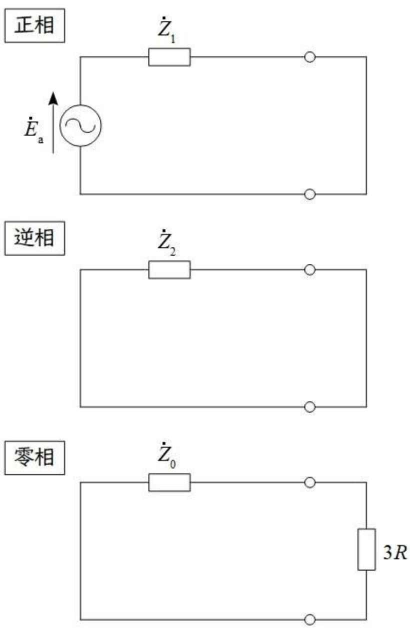


図 2　3線地絡時の等価回路

2015 年 問 2

問題　【難易度】★★☆☆☆（やや易しい）

三相星形結線の円筒形同期発電機(短絡比0.5)における出力と界磁電流との関係に関して，次の問に答えよ。ただし，鉄心の磁気飽和及び電機子抵抗は無視する。また，単位法は自己定格容量(定格皮相電力[kV · A]を基準としている。なお，界磁電流I_{f}の大きさは，無負荷状態で定格電圧発生時の界磁電流I_{f0}に対する比
$\left(k_{1\mathrm{F}}=\frac{I_{\mathrm{f}}}{I_{\mathrm{f0}}}\right)$で表示する。

(1)　定格周波数における，単位法表示の同期リアクタンスX_{S} [p. u.]の数値を算出せよ。

(2)　端子電圧(相電圧)V [p. u.]，無負荷誘導起電力E [p. u.]，負荷角(内部操作角)δ [p. u.]及びX_{S} [p. u.]を含む有効電力P [p. u.]の式を導出せよ。また，V及び周波数が一定で運転し，Pが一定の状態においてI_{f}を変化させても$E\sin\delta$が一定であることを示せ。

(3)　V [p. u.]，E [p. u.]，δ [p. u.]及びX_{S} [p. u.]を含む無効電力Q [p. u.]の式(誘導性無効電力を出力する遅れ力率のとき，$Q>0$とする)を導出せよ。また，V及び周波数が一定で運転し，Qが一定の状態においてI_{f}を変化させても$E\cos\delta$が一定であることを示せ。

(4)　定格周波数において，$V=1$ p. u.及び$P=0.5$ p. u.一定の状態でI_{f}の大きさを$k_{1\mathrm{F}}=2$にしたときの，Q [p. u.]，E [p. u.]，出力電流(相電流)I [p. u.]及び力率$\cos\phi$の数値を算出せよ。ただし，$0\leqq\delta\leqq\frac{\pi}{2}$ radとする。

【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)	(3)	(4)

【ワンポイント解説】

一種としては比較的易しい問題に分類されると思います。等価回路とベクトル図を描いて落ち着いて解くようにしましょう。

1.同期電動機の特性曲線

同期電動機の特性曲線は図 1 のように描けられ，短絡比K_{s}は次のように定義されます。

$$K_{\mathrm{s}}=\frac{I_{\mathrm{f1}}}{I_{\mathrm{f2}}}=\frac{I_{\mathrm{s}}}{I_{\mathrm{n}}}$$

短絡比K_{s}と単位法で表した同期インピーダンスZ_{s}との関係は,

$$K_{\mathrm{s}}=\frac{I_{\mathrm{s}}}{I_{\mathrm{n}}}=\frac{\frac{V_{\mathrm{n}}}{\sqrt{3}Z_{\mathrm{s}}}}{I_{\mathrm{n}}}=\frac{V_{\mathrm{n}}}{\sqrt{3}Z_{\mathrm{s}}I_{\mathrm{n}}}=\frac{1}{Z_{\mathrm{s}}[\mathrm{p.u.}]}$$

となります。

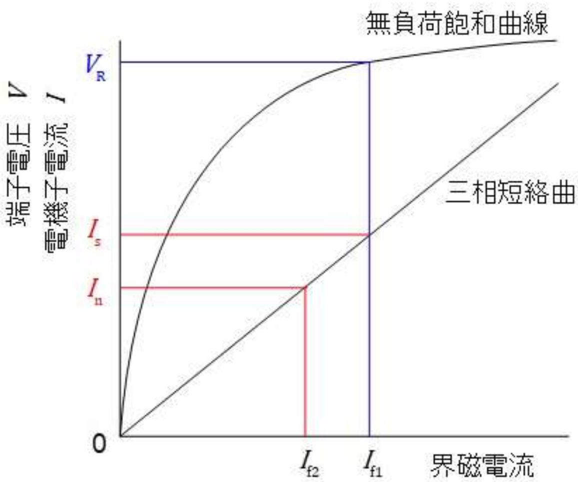


図 1

2015 年 問 4

問題　【難易度】★★☆☆☆（やや易しい）

次の微分方程式で表されるシステムについて，次の問に答えよ。ただし，上付添字Tは転置を表し，$\boldsymbol{I}$は単位行列を表す。

$$\frac{\mathrm{d}x_1(t)}{\mathrm{d}t} = -4x_1(t) - 6x_2(t) - 2u(t)$$

$$\frac{\mathrm{d}x_2(t)}{\mathrm{d}t} = 3x_1(t) + 5x_2(t) + 3u(t)$$

(1)　制御入力を$u(t)$，状態変数を$x(t) = [x_1(t) \quad x_2(t)]^{\mathrm{T}}$として，このシステムを次に示す状態方程式の形で表すとき，$\boldsymbol{A}$及び$\boldsymbol{b}$を求めよ。

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{A}x(t) + \boldsymbol{b}u(t)$$

(2)　制御入力を零としたときのシステムの安定性を特性方程式の根を計算することで判別せよ。

(3)　システムの可制御性を可制御性行列を用いて判別せよ。

(4)　制御入力$u(t)$を次の状態フィードバック

$$u(t) = -\boldsymbol{f}x(t), \quad \boldsymbol{f} = (f_1 \quad f_2)$$

で与える。フィードバック制御系の特性多項式$\det[s\boldsymbol{I} - (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{bf})]$を$f_1$及び$f_2$を用いて表せ。

(5)　フィードバック制御系の特性根を$-2 \pm \mathrm{j}$に配置するためのf_1及びf_2を求めよ。

【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

$$\fallingdotseq 1.1881 \times 10^{-3} \times \frac{E_2^2}{r_2} \quad \rightarrow \quad 1.19 \times 10^{-3} \times \frac{E_2^2}{r_2}$$

と求められる。

(4)抵抗$\boldsymbol{R_2 = r_2}$を挿入して，同じ一定トルクをもつ負荷を駆動した時の$\boldsymbol{s_2}$とその時の二次側損失$\boldsymbol{P_{w2}}$

抵抗$R_2 = r_2$を挿入した時の電流I_2'は，(1)と同様に求めると，

$$\begin{aligned} I_2' &= \frac{s_2 E_2}{\sqrt{(R_2 + r_2)^2 + (s_2 x_2)^2}} \\ &= \frac{s_2 E_2}{\sqrt{(r_2 + r_2)^2 + (5 s_2 r_2)^2}} \\ &= \frac{s_2 E_2}{r_2 \sqrt{4 + 25 s_2^2}} \end{aligned}$$

となるので，二次入力(同期ワットで表したトルク)P_2'は，

$$\begin{aligned} P_2' &= 3 \frac{R_2 + r_2}{s_2} {I_2'}^2 = \frac{6 r_2}{s_2} {I_2'}^2 \\ &= \frac{6 r_2}{s_2} \left(\frac{s_2 E_2}{r_2 \sqrt{4 + 25 s_2^2}} \right)^2 = \frac{6 s_2 E_2^2}{(4 + 25 s_2^2) r_2} \end{aligned}$$

となり，題意より，抵抗挿入前後にてトルクは変化しないので，

$$\begin{aligned} P_2 &= P_2' \\ \frac{0.06 E_2^2}{1.01 r_2} &= \frac{6 s_2 E_2^2}{(4 + 25 s_2^2) r_2} \\ \frac{6}{101} &= \frac{6 s_2}{4 + 25 s_2^2} \\ 25 s_2^2 - 101 s_2 + 4 &= 0 \\ s_2 &= 0.04,\ 4 \end{aligned}$$

よって，$0 < s_2 < 1$より，$s_2 = 0.04$と求められる。また二次側損失P_{w2}は，

$$\begin{aligned} P_{w2} &= s_2 P_2' \\ &= s_2 P_2 \\ &= 0.04 \times 5.9406 \times 10^{-2} \times \frac{E_2^2}{r_2} \\ &\fallingdotseq 2.3762 \times 10^{-3} \times \frac{E_2^2}{r_2} \quad \rightarrow \quad 2.38 \times 10^{-3} \times \frac{E_2^2}{r_2} \end{aligned}$$

と求められる。

(5)二次励磁電圧$\boldsymbol{E_B}$，二次銅損$\boldsymbol{P_{C2}''}$，二次励磁回路へ返還する電力$\boldsymbol{P_B}$

回路を流れる二次電流$\dot{I}_2''$は，

$$\begin{aligned} \dot{I}_2'' &= \frac{s E_2 - E_B}{r_2 + j s x_2} = \frac{s E_2 - E_B}{r_2^2 + (s x_2)^2} (r_2 - j s x_2) \\ &= \frac{0.04 E_2 - E_B}{r_2^2 + (0.04 \cdot 5 r_2)^2} (r_2 - j 0.04 \cdot 5 r_2) \\ &= \frac{0.04 E_2 - E_B}{1.04 r_2} (1 - j0.2) \end{aligned}$$

であるから，その大きさI_2''は，

$$\begin{aligned} I_2'' &= \frac{0.04 E_2 - E_B}{1.04 r_2} \sqrt{1^2 + 0.2^2} \\ &= \frac{0.04 E_2 - E_B}{\sqrt{1.04} r_2} \end{aligned}$$

と求められる。また，二次入力P_2''は，

$$\begin{aligned} P_2'' &= \mathrm{Re}\left[3 \dot{E}_2 \overline{\dot{I}_2''} \right] \\ &= \mathrm{Re}\left[3 E_2 \frac{0.04 E_2 - E_B}{1.04 r_2} (1 + j0.2) \right] \\ &= \frac{0.12 E_2^2 - 3 E_2 E_B}{1.04 r_2} \end{aligned}$$

と求められる。トルクの大きさは(3)から変化しないので，

$$\begin{gathered} P_2'' = P_2 \\ \frac{0.12 E_2^2 - 3 E_2 E_B}{1.04 r_2} = \frac{0.06 E_2^2}{1.01 r_2} \\ \frac{12 E_2 - 300 E_B}{104} = \frac{6 E_2}{101} \\ E_B \fallingdotseq 1.9406 \times 10^{-2} E_2 \rightarrow 1.94 \times 10^{-2} E_2 \end{gathered}$$

と求められる。また，銅損P_{C2}''は，

$$\begin{aligned} P_{C2}'' &= 3 r_2 {I_2''}^2 \\ &= 3 r_2 \left(\frac{0.04 E_2 - E_B}{\sqrt{1.04} r_2} \right)^2 \\ &= 3 r_2 \left(\frac{0.04 E_2 - 0.019406 E_2}{\sqrt{1.04} r_2} \right)^2 \\ &\fallingdotseq 1.2234 \times 10^{-3} \times \frac{E_2^2}{r_2} \rightarrow 1.22 \times 10^{-3} \times \frac{E_2^2}{r_2} \end{aligned}$$

と求められる。二次励磁回路へ返還する電力P_Bは，

$$\begin{aligned} P_B &= \mathrm{Re}\left[3 \dot{E}_B \overline{\dot{I}_2''} \right] \\ &= \mathrm{Re}\left[3 E_B \frac{0.04 E_2 - E_B}{1.04 r_2} (1 + j0.2) \right] \\ &= \frac{0.12 E_2 E_B - 3 E_B^2}{1.04 r_2} \\ &= \frac{0.12 E_2 \cdot 0.019406 E_2 - 3 (0.019406 E_2)^2}{1.04 r_2} \\ &\fallingdotseq 1.1528 \times 10^{-3} \times \frac{E_2^2}{r_2} \rightarrow 1.15 \times 10^{-3} \times \frac{E_2^2}{r_2} \end{aligned}$$

と求められる。

$$\dot{I}_{\mathrm{C}} = \mathrm{j}\frac{\dot{V}_{\mathrm{ab}}}{X_{\mathrm{C}}} = \frac{-100+\mathrm{j}100\sqrt{3}}{X_{\mathrm{C}}}$$

$$\dot{I}_{\mathrm{L}} = \frac{\dot{V}_{\mathrm{bc}}}{\mathrm{j}X_{\mathrm{L}}} = \frac{-200}{X_{\mathrm{L}}}$$

$$\dot{I}_{\mathrm{R}} = \mathrm{j}\frac{\dot{V}_{\mathrm{ca}}}{R} = \frac{-100\sqrt{3}+\mathrm{j}100}{R}$$

となる。よって，各変圧器を流れる電流 $\dot{I}_{\mathrm{La}}$， $\dot{I}_{\mathrm{Lc}}$ は，

$$\begin{aligned}
\dot{I}_{\mathrm{La}} &= \dot{I}_{\mathrm{C}} - \dot{I}_{\mathrm{R}} \\
&= \frac{-100+\mathrm{j}100\sqrt{3}}{X_{\mathrm{C}}} - \frac{-100\sqrt{3}+\mathrm{j}100}{R} \\
&= \left(\frac{-100}{X_{\mathrm{C}}} + \frac{100\sqrt{3}}{R}\right) + \mathrm{j}\left(\frac{100\sqrt{3}}{X_{\mathrm{C}}} - \frac{100}{R}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{I}_{\mathrm{Lc}} &= \dot{I}_{\mathrm{R}} - \dot{I}_{\mathrm{L}} \\
&= \frac{-100\sqrt{3}+\mathrm{j}100}{R} - \frac{-200}{X_{\mathrm{L}}} \\
&= \left(\frac{-100\sqrt{3}}{R} + \frac{200}{X_{\mathrm{L}}}\right) + \mathrm{j}\frac{100}{R}
\end{aligned}$$

となる。したがって，各変圧器の電力は，

$$\begin{aligned}
&P_{\mathrm{ab}} + \mathrm{j}Q_{\mathrm{ab}} \\
&= \overline{\dot{V}_{\mathrm{ab}}} \cdot \dot{I}_{\mathrm{La}} \\
&= \left(100\sqrt{3} - \mathrm{j}100\right)\left[\left(\frac{-100}{X_{\mathrm{C}}} + \frac{100\sqrt{3}}{R}\right) + \mathrm{j}\left(\frac{100\sqrt{3}}{X_{\mathrm{C}}} - \frac{100}{R}\right)\right] \\
&= 20000\left[\frac{1}{R} + \mathrm{j}\left(\frac{2}{X_{\mathrm{C}}} - \frac{\sqrt{3}}{R}\right)\right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&P_{\mathrm{cb}} + \mathrm{j}Q_{\mathrm{cb}} \\
&= \overline{\dot{V}_{\mathrm{cb}}} \cdot \dot{I}_{\mathrm{Lc}} \\
&= -\mathrm{j}200\left[\left(\frac{-100\sqrt{3}}{R} + \frac{200}{X_{\mathrm{L}}}\right) + \mathrm{j}\frac{100}{R}\right] \\
&= 20000\left[\frac{1}{R} + \mathrm{j}\left(\frac{\sqrt{3}}{R} - \frac{2}{X_{\mathrm{L}}}\right)\right]
\end{aligned}$$

となる。よって，力率が 1 であるためには， Q_{ab} および Q_{cb} が 0 となればよいので，それぞれ求めると，

$$\frac{2}{X_{\mathrm{C}}} - \frac{\sqrt{3}}{R} = 0 \Leftrightarrow \frac{X_{\mathrm{C}}}{R} = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad \frac{\sqrt{3}}{R} - \frac{2}{X_{\mathrm{L}}} = 0 \Leftrightarrow \frac{X_{\mathrm{L}}}{R} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

となる。

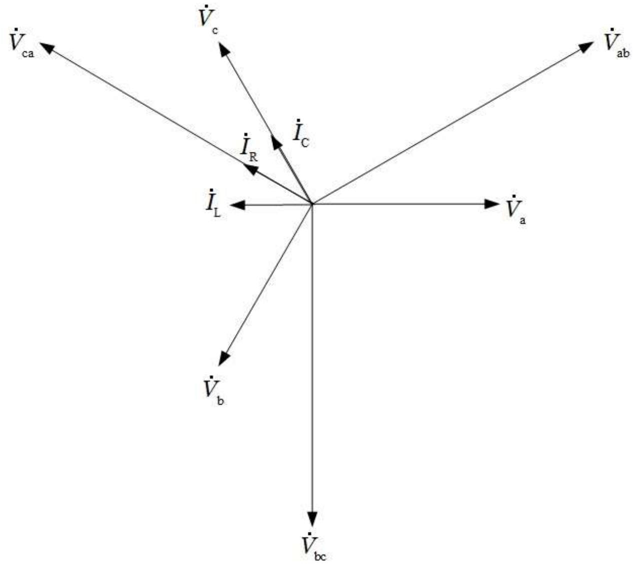
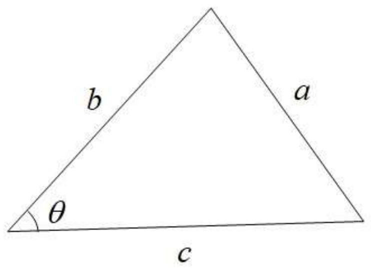


図 4-1

※本解答では$\frac{X_{\mathrm{L}}}{R}$と$\frac{X_{\mathrm{C}}}{R}$の両方を求めていますが，実際にはどちらか一方で大丈夫です。



【解答】

(1)a.同期リアクタンス $\boldsymbol{X_{\mathrm{SA}}}$，$\boldsymbol{X_{\mathrm{SB}}}$ [p.u.]

ワンポイント解説「短絡比K_{s}と単位法で表した同期インピーダンスZ_{s}との関係」の通り，単位法で表した同期リアクタンス X_{SA}，X_{SB} [p.u.] は短絡比の逆数であるから，

$$X_{\mathrm{SA}} = \frac{1}{K_{\mathrm{SA}}} = \frac{1}{0.5} = 2.00\ [\mathrm{p.u.}]$$

$$X_{\mathrm{SB}} = \frac{1}{K_{\mathrm{SB}}} = \frac{1}{0.6} \fallingdotseq 1.6667 \rightarrow 1.67\ [\mathrm{p.u.}]$$

と求められる。

(1)b.発電機定格出力運転時の無負荷誘導起電力 $\boldsymbol{E_{\mathrm{A}}}$，$\boldsymbol{E_{\mathrm{B}}}$ [p.u.]

題意に沿ってＡ機のベクトル図を描くと図２のようになる。

題意より，$V = 1\ [\mathrm{p.u.}]$，$\cos\phi_{\mathrm{A}} = 0.9$ であるから，図２より，

$$E_{\mathrm{A}} = \sqrt{(V + X_{\mathrm{SA}}I_{\mathrm{A}}\sin\ \phi_{\mathrm{A}})^2 + (X_{\mathrm{SA}}I_{\mathrm{A}}\cos\ \phi_{\mathrm{A}})^2}$$

の関係があり，

$$\sin\phi_A = \sqrt{1-\cos^2\phi_A} = \sqrt{1-0.9^2} \fallingdotseq 0.43589$$

であるから，各値を代入すると，

$$E_{\mathrm{A}} = \sqrt{(1+2\times1\times0.43589)^2 + (2\times1\times0.9)^2} \fallingdotseq 2.5968 \rightarrow 2.60\ [\mathrm{p.u.}]$$

と求められる。同様に，

$$E_{\mathrm{B}} = \sqrt{(V^2 + X_{\mathrm{SB}}I_{\mathrm{B}}\sin\ \phi_{\mathrm{B}})^2 + (X_{\mathrm{SB}}I_{\mathrm{B}}\cos\ \phi_{\mathrm{B}})^2}$$

の関係があり，各値を代入すると，

$$E_{\mathrm{B}} = \sqrt{(1^2 + 1.6667\times1\times0.43589)^2 + (1.6667\times1\times0.9)^2} \fallingdotseq 2.2871 \rightarrow 2.29\ [\mathrm{p.u.}]$$

と求められる。

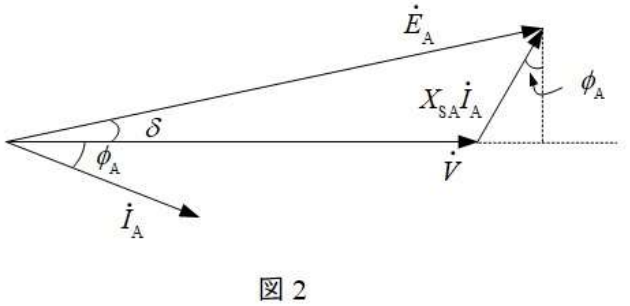


図 2

(2)同期運転時の内部相差角の $\boldsymbol{\sin\delta}$，各発電機が分担する有効電力 $\boldsymbol{P_{\mathrm{A}}}$，$\boldsymbol{P_{\mathrm{B}}}$ [kW]，発電機Ａ機の相電流 $\boldsymbol{I_{\mathrm{A}}}$ [p.u.] 及び力率(遅れ)$\boldsymbol{\cos\phi_{\mathrm{A}}}$

ワンポイント解説「2.同期発電機の送電電力 P 」より，Ａ機及びＢ機の２台が並列運転している際の送電電力 P は，

$$P = \frac{E_{\mathrm{A}}V}{X_{\mathrm{SA}}}\sin\delta + \frac{E_{\mathrm{B}}V}{X_{\mathrm{SB}}}\sin\delta$$

である。有効電力を単位法で表すと，

$$P\ [\mathrm{p.u.}] = \frac{P\ [\mathrm{kW}]}{P_{\mathrm{n}}} = \frac{16000}{10000} = 1.6\ [\mathrm{p.u.}]$$

となるので，各値を代入すると，

$$1.6 = \frac{2.5968\times1}{2}\sin\delta + \frac{2.2871\times1}{1.6667}\sin\delta$$

$$\sin\delta = \frac{1.6}{\dfrac{2.5968\times1}{2} + \dfrac{2.2871\times1}{1.6667}} \fallingdotseq 0.59911 \rightarrow 0.599$$

と求められる。よって，各発電機が分担する有効電力 P_{A}，P_{B} は，

$$P_{\mathrm{A}} = \frac{E_{\mathrm{A}}V}{X_{\mathrm{SA}}}\sin\delta = \frac{2.5968\times1}{2}\times0.59911 \fallingdotseq 0.77788\ [\mathrm{p.u.}]$$

$$P_{\mathrm{B}} = \frac{E_{\mathrm{B}}V}{X_{\mathrm{SB}}}\sin\delta = \frac{2.2871\times1}{1.6667}\times0.59911 \fallingdotseq 0.82212\ [\mathrm{p.u.}]$$

となるので、kW に変換すると，

$$P_{\mathrm{A}} = 10000\times0.77788 = 7778.8 \rightarrow 7780\ [\mathrm{kW}]$$

$$P_{\mathrm{B}} = 10000\times0.82212 = 8221.2 \rightarrow 8220\ [\mathrm{kW}]$$

と求められる。

図２のベクトル図の三角形にワンポイント解説「3.余弦定理」の通り，余弦定理を適用すると，

$$(X_{\mathrm{SA}}I_{\mathrm{A}})^2 = E_{\mathrm{A}}^2 + V^2 - 2E_{\mathrm{A}}V\cos\delta$$

$$X_{\mathrm{SA}}I_{\mathrm{A}} = \sqrt{E_{\mathrm{A}}^2 + V^2 - 2E_{\mathrm{A}}V\cos\delta}$$

$$I_{\mathrm{A}} = \frac{\sqrt{E_{\mathrm{A}}^2 + V^2 - 2E_{\mathrm{A}}V\cos\delta}}{X_{\mathrm{SA}}}$$

となり，

$$\cos\delta = \sqrt{1-\sin^2\delta} = \sqrt{1-0.59911^2} \fallingdotseq 0.80067$$

であるので，各値を代入すると，

$$I_{\mathrm{A}} = \frac{\sqrt{2.5968^2 + 1^2 - 2\times2.5968\times1\times0.80067}}{2} \fallingdotseq 0.94671 \rightarrow 0.947\ [\mathrm{p.u.}]$$

と求められる。さらに，$P_{\mathrm{A}} = VI_{\mathrm{A}}\cos\ \phi_{\mathrm{A}}$ であるから，

$$\cos\ \phi_{\mathrm{A}} = \frac{P_{\mathrm{A}}}{VI_{\mathrm{A}}} = \frac{0.77788}{1\times0.94671} \fallingdotseq 0.82167 \rightarrow 0.822\ [\mathrm{p.u.}]$$

と求められる。

2019 年 問 1

問題　【難易度】★★★★☆（やや難しい）

180 kW， 3000 V， 6 極， 50 Hz の定格をもつ三相かご形誘導電動機の拘束試験の結果は次のとおりであった。

線間電圧 610 V，線電流 31 A，三相入力 5.2 kW

また，電機子巻線の接続は Y 接続とし，端子間の抵抗の平均値は 0.92 Ω であった。次の問に答えよ。ただし，励磁電流は無視する。

(1)　拘束試験時の二次入力 [kW] を求めよ。

(2)　定格電圧での拘束時の二次入力 [kW] を求めよ。

(3)　定格電圧始動時の始動トルク [N･m] を求めよ。

(4)　この電動機を定格電圧で始動した場合，始動トルクは全負荷トルクの 50.5 %，始動電流は全負荷電流の 410 % である。始動電流を全負荷電流の 200 % に抑えるための始動電圧及びトルクを求めよ。ただし，全負荷運転時の滑りは 3 % とする。

【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)	(3)	(4)

【ワンポイント解説】

拘束試験は誘導電動機の回転子を回転しないように拘束し，定格より低い電圧を加えて，一次電流がほぼ定格値になった時の入力電力，電圧，電流を測定する試験です。一次電圧が定格よりかなり小さいので，鉄損を無視し，滑りが 1 となることがポイントとなります。

1.三相誘導電動機の L 形等価回路

三相誘導電動機の一相あたりの L 形等価回路は図 1 のようになります。L 形等価回路は確実に描けるようにしておきましょう。

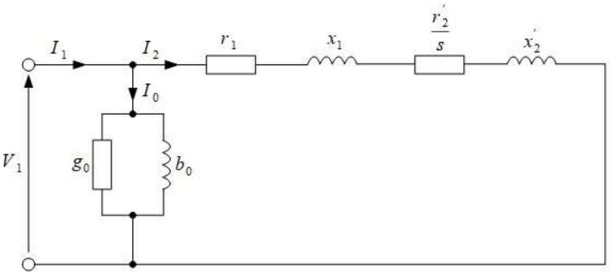


図 1

V_1：一次電圧，I_1：一次電流，I_0：励磁電流，

I_2'：一次側に換算した二次電流，r_1：一次抵抗，

x_1：一次リアクタンス，

r_2'：一次側に換算した二次抵抗，

x_2'：一次側に換算した二次リアクタンス，

g_0：励磁コンダクタンス，

b_0：励磁サセプタンス，s：滑り

2.電動機の同期速度 N_s と同期角速度 ω_s

周波数を f，極数 p とすると，同期速度 N_s は，

$$N_s = \frac{120f}{p}$$

で求められます。また，同期角速度 ω_s は，

$$\omega_s = \frac{2\pi N_s}{60} = \frac{2\pi}{60} \times \frac{120f}{p} = \frac{4\pi f}{p}$$

となります。

3.電動機のトルク T と出力 P_o の関係

電動機の出力 P_o は，電動機の角速度 ω，トルク T とすると，

$$P_o = \omega T$$

の関係があります。

【解答】

(1)電機子電流 $\boldsymbol{I}$ が $\mathbf{0}$ $[\mathbf{p.u.}]$ となった。このときの界磁電流 $\boldsymbol{I_{\mathrm{fa}}}$ $[\mathbf{p.u.}]$

題意に沿ってベクトル図を描くと図 2 のようになる。電機子電流 I が 0 [p.u.] なので，$E = V_{\mathrm{n}}$ となる。
よって，$E = kI_{\mathrm{f}}$ の関係より，

$$I_{\mathrm{fa}} = \frac{E}{k} = \frac{V_{\mathrm{n}}}{k}$$

と求められる。

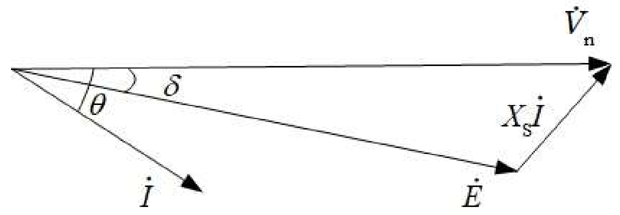


図 2

(2)電機子電流 $\boldsymbol{I}$ が最小となったときの電機子電流 $\boldsymbol{I_{\mathrm{b}}}$ $[\mathbf{p.u.}]$

図 2 より，同期機の出力 P は，

$$P = V_{\mathrm{n}} I \cos\theta$$

であるので，力率 1 である B 点での出力 P_1 は，

$$P_1 = V_{\mathrm{n}} I_{\mathrm{b}}$$
$$I_{\mathrm{b}} = \frac{P_1}{V_{\mathrm{n}}}$$

と求められる。

(3)図中の C 点の運転状態となったときのフェーザ図

ワンポイント解説「1.同期機の V 曲線」の通り，C 点における力率は遅れ力率であるから，フェーザ図は図 3 のようになる。

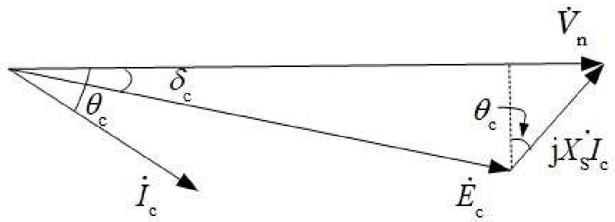


図 3

(4) C 点の運転状態における電機子電流 $\boldsymbol{I_{\mathrm{c}}}$ を，$\boldsymbol{E_{\mathrm{c}}}$，$\boldsymbol{X_{\mathrm{s}}}$，$\boldsymbol{V_{\mathrm{n}}}$，$\boldsymbol{\cos\delta_{\mathrm{c}}}$ で表す式

図 3 に余弦定理を適用すると，

$$(X_{\mathrm{S}} I_{\mathrm{c}})^2 = V_{\mathrm{n}}^2 + E_{\mathrm{c}}^2 - 2V_{\mathrm{n}}E_{\mathrm{c}}\cos\delta_{\mathrm{C}}$$
$$I_{\mathrm{c}}^2 = \frac{V_{\mathrm{n}}^2 + E_{\mathrm{c}}^2 - 2V_{\mathrm{n}}E_{\mathrm{c}}\cos\delta_{\mathrm{C}}}{X_{\mathrm{S}}^2}$$
$$I_{\mathrm{c}} = \frac{\sqrt{V_{\mathrm{n}}^2 + E_{\mathrm{c}}^2 - 2V_{\mathrm{n}}E_{\mathrm{c}}\cos\delta_{\mathrm{C}}}}{X_{\mathrm{S}}}$$

と求められる。

(5) $\boldsymbol{I_{\mathrm{c}}}$ を $\boldsymbol{V_{\mathrm{n}}}$，$\boldsymbol{X_{\mathrm{s}}}$，$\boldsymbol{P_1}$ 及び $\boldsymbol{kI_{\mathrm{fc}}}$ で表す式

同期電動機の出力は，

$$P_1 = \frac{E_{\mathrm{c}}V_{\mathrm{n}}}{X_{\mathrm{s}}}\sin\delta_{\mathrm{c}}$$

であるので，この式を $\sin\delta_{\mathrm{c}}$ について整理すると，

$$\sin\delta_{\mathrm{c}} = \frac{P_1 X_{\mathrm{s}}}{E_{\mathrm{c}}V_{\mathrm{n}}}$$

となるので，$\cos\delta_{\mathrm{c}}$ は，

$$\cos\delta_{\mathrm{c}} = \sqrt{1 - \sin^2\delta_{\mathrm{c}}} = \sqrt{1 - \left(\frac{P_1 X_{\mathrm{s}}}{E_{\mathrm{c}}V_{\mathrm{n}}}\right)^2}$$

となり，これを(4)の解答式に代入して整理すると，

$$I_{\mathrm{c}} = \frac{\sqrt{V_{\mathrm{n}}^2 + E_{\mathrm{c}}^2 - 2V_{\mathrm{n}}E_{\mathrm{c}}\cos\delta_{\mathrm{C}}}}{X_{\mathrm{S}}}$$
$$= \frac{\sqrt{V_{\mathrm{n}}^2 + E_{\mathrm{c}}^2 - 2V_{\mathrm{n}}E_{\mathrm{c}}\sqrt{1 - \left(\frac{P_1 X_{\mathrm{s}}}{E_{\mathrm{c}}V_{\mathrm{n}}}\right)^2}}}{X_{\mathrm{S}}}$$
$$= \frac{\sqrt{V_{\mathrm{n}}^2 + E_{\mathrm{c}}^2 - 2V_{\mathrm{n}}E_{\mathrm{c}}\sqrt{(E_{\mathrm{c}}V_{\mathrm{n}})^2 - (P_1 X_{\mathrm{s}})^2}}}{X_{\mathrm{S}}}$$

となり，題意より $E_{\mathrm{c}} = kI_{\mathrm{fc}}$ であるから，

$$I_{\mathrm{c}} = \frac{\sqrt{V_{\mathrm{n}}^2 + (kI_{\mathrm{fc}})^2 - 2\sqrt{(kI_{\mathrm{fc}}V_{\mathrm{n}})^2 - (P_1 X_{\mathrm{s}})^2}}}{X_{\mathrm{S}}}$$

と求められる。

2019年 問4

問題　【難易度】★★☆☆☆（やや易しい）

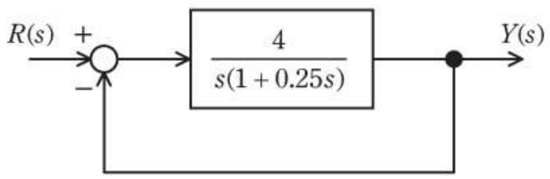
図のようなフィードバック制御系がある。ここで $R(s)$ と $Y(s)$ は，それぞれ目標値 $r(t)$ と制御量 $y(t)$ のラプラス変換である。次の問に答えよ。

(1)　2次遅れ系の標準形 $G(s)=\frac{\omega_{\mathrm{n}}^2}{s^2+2\zeta\omega_{\mathrm{n}}s+\omega_{\mathrm{n}}^2}$ を考える。ここで，ω_{n} [rad/s] は固有角周波数，ζ は減衰係数であり，$\omega_{\mathrm{n}}>0$，$0<\zeta<\frac{\sqrt{2}}{2}$ とする。周波数応答の振幅 $|G(\mathrm{j}\omega)|$ が $|G(\mathrm{j}\omega)|=\frac{1}{\sqrt{(1-x)^2+4\zeta^2x}}$ で与えられることを示せ。ただし，$x\triangleq\left(\frac{\omega}{\omega_{\mathrm{n}}}\right)^2$ とする。

(2)　関数 $f(x)=(1-x)^2+4\zeta^2x$ を最小にする x を x_{p} とするとき，x_{p} を ζ で表せ。また，周波数応答の振幅 $|G(\mathrm{j}\omega)|$ の最大値 M_{p} を ζ で表せ。

(3)　図のフィードバック制御系の閉ループ伝達関数 $G_{\mathrm{c}}(s)$ を求めよ。また，ω_{n} 及び ζ の値を求めよ。

(4)　小問(3)で求めた閉ループ伝達関数 $G_{\mathrm{c}}(s)$ の周波数応答の振幅を最大にする角周波数 ω_{p} [rad/s] 及び最大振幅 M_{p} の値を求めよ。



【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)	(3)	(4)

【ワンポイント解説】

1種には珍しい古典制御からオーソドックスな出題となっています。比較的時間も余裕のある問題なので，計算ミスに注意して確実に点を取りたい問題と言えるでしょう。

【解答】

(1)周波数応答の振幅 $|G(\mathrm{j}\omega)|$ が $|G(\mathrm{j}\omega)|=\frac{1}{\sqrt{(1-x)^2+4\zeta^2x}}$ で与えられることを示す

2次遅れ系の標準形 $G(s)=\frac{\omega_{\mathrm{n}}^2}{s^2+2\zeta\omega_{\mathrm{n}}s+\omega_{\mathrm{n}}^2}$ の周波数応答を求めるため，$s=\mathrm{j}\omega$ を代入すると，

$$\begin{aligned}G(\mathrm{j}\omega)&=\frac{\omega_{\mathrm{n}}^2}{-\omega^2+\mathrm{j}2\zeta\omega_{\mathrm{n}}\omega+\omega_{\mathrm{n}}^2}\\&=\frac{1}{1-\frac{\omega^2}{\omega_{\mathrm{n}}^2}+\mathrm{j}2\zeta\frac{\omega}{\omega_{\mathrm{n}}}}\end{aligned}$$

であるから，その絶対値は，

$$\begin{aligned}|G(\mathrm{j}\omega)|&=\frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_{\mathrm{n}}^2}\right)^2+4\zeta^2\left(\frac{\omega}{\omega_{\mathrm{n}}}\right)^2}}\\&=\frac{1}{\sqrt{(1-x)^2+4\zeta^2x}}\end{aligned}$$

と求められる。

？　≜とは「定義する」という意味です。≡と同じです。

(2) x_{p} 及び M_{p} を ζ で表す

$f(x)=(1-x)^2+4\zeta^2x$ を展開すると，

$$\begin{aligned}f(x)&=1-2x+x^2+4\zeta^2x\\&=x^2+(4\zeta^2-2)x+1\end{aligned}$$

となるので，両辺微分すると，

$$\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}=2x+4\zeta^2-2$$

となり，最小値をとるのは $\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}=0$ の時であるから，

$$\begin{aligned}2x_{\mathrm{p}}+4\zeta^2-2&=0\\x_{\mathrm{p}}&=1-2\zeta^2\end{aligned}$$

と求められる。よって，周波数応答の振幅最大値 M_{p} は，

$$
\begin{aligned}
M_{\mathrm{p}} &= \frac{1}{\sqrt{(1-x_{\mathrm{p}})^2+4\zeta^2 x_{\mathrm{p}}}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{\{1-(1-2\zeta^2)\}^2+4\zeta^2(1-2\zeta^2)}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{4\zeta^4+4\zeta^2-8\zeta^4}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{4\zeta^2-4\zeta^4}} \\
&= \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}
\end{aligned}
$$

(3)閉ループ伝達関数 $\boldsymbol{G_{\mathrm{c}}(s)}$，$\boldsymbol{\omega_{\mathrm{n}}}$ 及び $\boldsymbol{\zeta}$ の値

問題図より，

$$
\begin{aligned}
\{R(s)-Y(s)\}\frac{4}{s(1+0.25s)} &= Y(s) \\
4R(s)-4Y(s) &= s(1+0.25s)Y(s) \\
4R(s) &= (0.25s^2+s+4)Y(s) \\
\frac{Y(s)}{R(s)} &= \frac{4}{0.25s^2+s+4} \\
G_{\mathrm{c}}(s) &= \frac{16}{s^2+4s+16}
\end{aligned}
$$

と求められる。これを2次遅れ系の標準形

$G(s)=\frac{\omega_{\mathrm{n}}^2}{s^2+2\zeta\omega_{\mathrm{n}}s+\omega_{\mathrm{n}}^2}$ と係数比較すると，

$$
\begin{aligned}
\omega_{\mathrm{n}}^2 &= 16 \\
2\zeta\omega_{\mathrm{n}} &= 4
\end{aligned}
$$

となるので，これらの方程式を解くと，

$$
\begin{aligned}
\omega_{\mathrm{n}} &= 4\ [\mathrm{rad/s}] \\
\zeta &= 0.5
\end{aligned}
$$

と求められる。

(4)周波数応答の振幅を最大にする角周波数
$\boldsymbol{\omega_{\mathrm{p}}}$ [rad/s] 及び最大振幅 $\boldsymbol{M_{\mathrm{p}}}$ の値

(2)より，$G_{\mathrm{c}}(s)$ の周波数応答の振幅を最大にする各周波数 ω_{p} [rad/s] を満たす条件は，

$$
\begin{aligned}
x_{\mathrm{p}} &= \left(\frac{\omega_{\mathrm{p}}}{\omega_{\mathrm{n}}}\right)^2 \\
\omega_{\mathrm{p}} &= \omega_{\mathrm{n}}\sqrt{x_{\mathrm{p}}} \\
&= \omega_{\mathrm{n}}\sqrt{1-2\zeta^2} \\
&= 4\times\sqrt{1-0.5^2} \\
&\fallingdotseq 2.8284 \quad \to \quad 2.83\ [\mathrm{rad/s}]
\end{aligned}
$$

となり，最大振幅 M_{p} の値は，

$$
\begin{aligned}
M_{\mathrm{p}} &= \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} \\
&= \frac{1}{2\times 0.5\sqrt{1-0.5^2}} \\
&\fallingdotseq 1.1547 \quad \to \quad 1.15
\end{aligned}
$$

と求められる。