【解答】

(1)電源側の相電圧$\dot{\boldsymbol{E}}_{\mathbf{s}}$，受電端の相電圧$\dot{\boldsymbol{E}}_{\mathbf{r}}$，負荷電流$\dot{\boldsymbol{I}}_{\mathbf{r}}$のベクトル

題意より，負荷は三相抵抗負荷であるから，受電端の相電圧$\dot{E}_{\mathrm{r}}$と負荷電流$\dot{I}_{\mathrm{r}}$の位相は等しくなる。したがって，$\dot{E}_{\mathrm{r}}$を基準としてベクトル図を描くと図 1 のようになる。

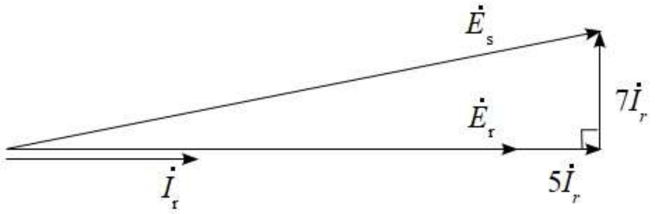


図 1

(2)負荷電流が **50 A** 流れた際の受電端の線間電圧$\sqrt{3}|\dot{\boldsymbol{E}}_{\mathbf{r}}|$[**kV**]

題意より，電源側S点の線間電圧6.93 kVであるから，相電圧$\dot{E}_{\mathrm{s}}$の大きさは，

$$
\begin{aligned}
\left|\dot{E}_{\mathrm{s}}\right| &= \frac{6.93}{\sqrt{3}} \\
&≒ 4.0010\ \ [\mathrm{kV}]
\end{aligned}
$$

となる。また，$\dot{I}_{\mathrm{r}} = 50\ \mathrm{A}$であるから，線路の抵抗及びリアクタンス降下の大きさはそれぞれ

$$
\begin{aligned}
5\left|\dot{I}_{\mathrm{r}}\right| &= 5 \times 50 \\
&= 250\ [\mathrm{V}] \\
7\left|\dot{I}_{\mathrm{r}}\right| &= 7 \times 50 \\
&= 350\ [\mathrm{V}]
\end{aligned}
$$

となる。よって，これらを図 1 のベクトル図に当てはめると図 2 のようになる。三平方の定理より$\dot{E}_{\mathrm{r}}$の大きさを求めると，

$$(4.0010 \times 10^3)^2 = \left(\left|\dot{E}_{\mathrm{r}}\right| + 250\right)^2 + 350^2$$

$$16008001 = \left|\dot{E}_{\mathrm{r}}\right|^2 + 500\left|\dot{E}_{\mathrm{r}}\right| + 62500 + 122500$$

$$\left|\dot{E}_{\mathrm{r}}\right|^2 + 500\left|\dot{E}_{\mathrm{r}}\right| - 15823001 = 0$$

$$\left|\dot{E}_{\mathrm{r}}\right| = -250 \pm \sqrt{250^2 + 15823001}$$

$$≒ 3735.7,\quad -4235.7\ （不適） \quad \rightarrow \quad 3.7357\ [\mathrm{kV}]$$

となるので，受電端の線間電圧の大きさは，

$$
\begin{aligned}
\sqrt{3}\left|\dot{E}_{\mathrm{r}}\right| &= \sqrt{3} \times 3.7357 \\
&≒ 6.4704 \quad \rightarrow \quad 6.47\ [\mathrm{kV}]
\end{aligned}
$$

と求められる。

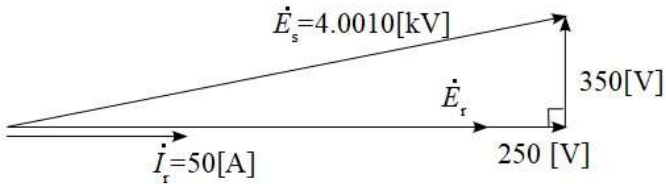


図 2

> ⓘ 今回は純抵抗負荷であるため，ベクトル図が直角三角形になり$\left|\dot{E}_{\mathrm{r}}\right|$を求める計算が簡単になっています。

(3)受電端B点において線路の電圧降下率が **10 %** となる三相抵抗負荷電力[**kW**]及びそのときの負荷電流[**A**]

ワンポイント解説「1.電圧降下率ε」より，

$$
\begin{aligned}
0.1 &= \frac{\left|\dot{E}_{\mathrm{s}}\right| - \left|\dot{E}_{\mathrm{r}}\right|}{\left|\dot{E}_{\mathrm{r}}\right|} \\
0.1 &= \frac{4.0010 - \left|\dot{E}_{\mathrm{r}}\right|}{\left|\dot{E}_{\mathrm{r}}\right|} \\
\left|\dot{E}_{\mathrm{r}}\right| &= \frac{4.0010}{1.1} \\
&≒ 3.6373\ [\mathrm{kV}]
\end{aligned}
$$

であるから，ベクトル図は図 3 のようになる。三平方の定理により負荷電流の大きさ$\left|\dot{I}_{\mathrm{r}}\right|$を求めると，

$$\left(5\left|\dot{I}_{\mathrm{r}}\right| + 3637.3\right)^2 + \left(7\left|\dot{I}_{\mathrm{r}}\right|\right)^2 = 4001.0^2$$

$$74\left|\dot{I}_{\mathrm{r}}\right|^2 + 36373\left|\dot{I}_{\mathrm{r}}\right| - 2778050 = 0$$

$$\left|\dot{I}_{\mathrm{r}}\right| = \frac{-36373 \pm \sqrt{36373^2 + 4 \times 74 \times 2778050}}{2 \times 74}$$

$$≒ 67.189,\quad -558.72\ （不適） \quad \rightarrow \quad 67.2\ [\mathrm{A}]$$

と求められる。また，三相抵抗負荷電力Pは，

$$
\begin{aligned}
P &= 3\left|\dot{E}_{\mathrm{r}}\right|\left|\dot{I}_{\mathrm{r}}\right| \\
&= 3 \times 3.6373 \times 67.189 \\
&≒ 733.16 \quad \rightarrow \quad 733\ [\mathrm{kW}]
\end{aligned}
$$

と求められる。

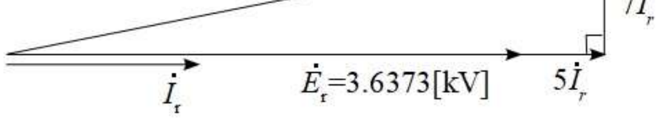


図 3

となるので，P点からA点の間の電圧降下V_{A}は，

$$\begin{aligned} V_{\mathrm{A}} &= \int \mathrm{d}V_{\mathrm{A}} \\ &= \int_0^x \frac{RI}{2L} l^2 \mathrm{d}l \\ &= \frac{RI}{2L}\left[\frac{l^3}{3}\right]_0^x \\ &= \frac{RI}{6L}x^3 \end{aligned}$$

と求められる。

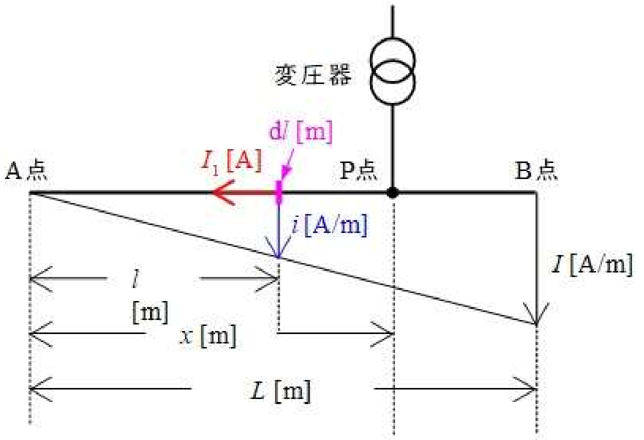


図 1-1

(1)b.P点からB点の間の電圧降下V_{B} [V]

図 1-2 のようにA点から距離$l(x < l < L)$の地点の負荷密度iとすると，その大きさは，

$$\begin{aligned} i &= \frac{l}{L}I \\ &= \frac{I}{L}l \end{aligned}$$

となるので，A点から距離lの地点の線路電流の大きさI_2は, B点からの負荷密度の大きさの合計値であるから，

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_l^L i\mathrm{d}l \\ &= \int_l^L \frac{I}{L} l\mathrm{d}l \\ &= \frac{I}{L}\left[\frac{l^2}{2}\right]_l^L \\ &= \frac{I}{2L}(L^2 - l^2) \end{aligned}$$

となるので，A点から距離lの地点の微小区間における電圧降下$\mathrm{d}V_{\mathrm{B}}$は，

$$\begin{aligned} \mathrm{d}V_{\mathrm{B}} &= R\mathrm{d}l \cdot I_2 \\ &= \frac{RI}{2L}(L^2 - l^2)\mathrm{d}l \end{aligned}$$

となり，P点からB点の間の電圧降下V_{B}は，

$$\begin{aligned} V_{\mathrm{B}} &= \int \mathrm{d}V_{\mathrm{B}} \\ &= \int_x^L \frac{RI}{2L}(L^2 - l^2)\mathrm{d}l \\ &= \frac{RI}{2L}\left[L^2 l - \frac{l^3}{3}\right]_x^L \\ &= \frac{RI}{2L}\left(L^3 - \frac{L^3}{3} - L^2 x + \frac{x^3}{3}\right) \\ &= \frac{RI}{6L}(2L^3 - 3L^2 x + x^3) \end{aligned}$$

と求められる。

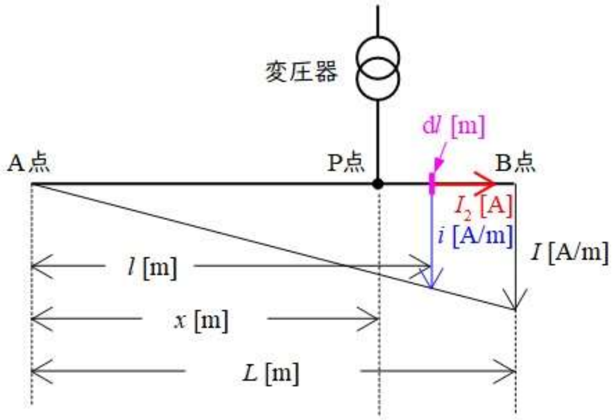


図 1-2

(1)c.$V_{\mathrm{A}} = V_{\mathrm{B}}$となる場合のA点とP点の間の距離$x$ [m]

(1)a.及び(1)b.より，

$$\begin{aligned} V_{\mathrm{A}} &= V_{\mathrm{B}} \\ \frac{RI}{6L}x^3 &= \frac{RI}{6L}(2L^3 - 3L^2 x + x^3) \\ x^3 &= 2L^3 - 3L^2 x + x^3 \\ 0 &= 2L^3 - 3L^2 x \\ x &= \frac{2}{3}L \end{aligned}$$

と求められる。

(2)(1)はB点に変圧器を設置した場合のP点(= B点)からA点までの電圧降下の値の何[%]になるか

(1)a.より，$V_{\mathrm{A}} \frac{RI}{6L}x^3$であるから，$x = \frac{2}{3}L$の時の電圧降下と$x = L$の時の電圧降下の比は，

$$\begin{aligned} \frac{\frac{RI}{6L}\left(\frac{2}{3}L\right)^3}{\frac{RI}{6L}L^3} &= \left(\frac{2}{3}\right)^3 \\ &= \frac{8}{27} \\ &\fallingdotseq 0.296 \quad \rightarrow \quad 29.6\ [\%] \end{aligned}$$

と求められる。

$$
\begin{aligned}
P &= \frac{\sin\delta}{X} \\
Q_{\mathrm{s}} &= \frac{1-\cos\delta}{X} \\
Q_{\mathrm{r}} &= \frac{\cos\delta-1}{X}
\end{aligned}
$$

と求められる。

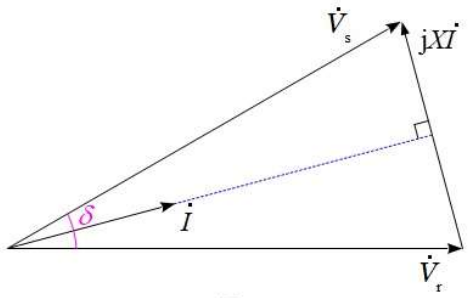


図 1

(2)送電端複素電力 $\dot{\boldsymbol{S}}_{\mathrm{s}}=\boldsymbol{P}+\mathrm{j}\boldsymbol{Q}_{\mathrm{s}}$ 及び受電端複素電力 $\dot{\boldsymbol{S}}_{\mathrm{r}}=\boldsymbol{P}+\mathrm{j}\boldsymbol{Q}_{\mathrm{r}}$ が複素平面上で円を描くことを示す

(1)の解答より，

$$
\begin{aligned}
\sin\delta &= XP \\
\cos\delta &= 1-XQ_{\mathrm{s}} \\
\cos\delta &= 1+XQ_{\mathrm{r}}
\end{aligned}
$$

となり，$\sin^2\delta+\cos^2\delta=1$であるから，送電端に関して，

$$
\begin{aligned}
\sin^2\delta+\cos^2\delta &= 1 \\
(XP)^2+(1-XQ_{\mathrm{s}})^2 &= 1 \\
(XP)^2+(XQ_{\mathrm{s}}-1)^2 &= 1 \\
P^2+\left(Q_{\mathrm{s}}-\frac{1}{X}\right)^2 &= \left(\frac{1}{X}\right)^2
\end{aligned}
$$

となり，中心が$\left(0,\ \frac{1}{X}\right)$，半径が$\frac{1}{X}$の円を描くことになる。

同様に受電端に関して，

$$
\begin{aligned}
\sin^2\delta+\cos^2\delta &= 1 \\
(XP)^2+(1+XQ_{\mathrm{r}})^2 &= 1 \\
(XP)^2+(XQ_{\mathrm{r}}+1)^2 &= 1 \\
P^2+\left(Q_{\mathrm{r}}+\frac{1}{X}\right)^2 &= \left(\frac{1}{X}\right)^2
\end{aligned}
$$

となり，中心が$\left(0,\ -\frac{1}{X}\right)$，半径が$\frac{1}{X}$の円を描くことになる。

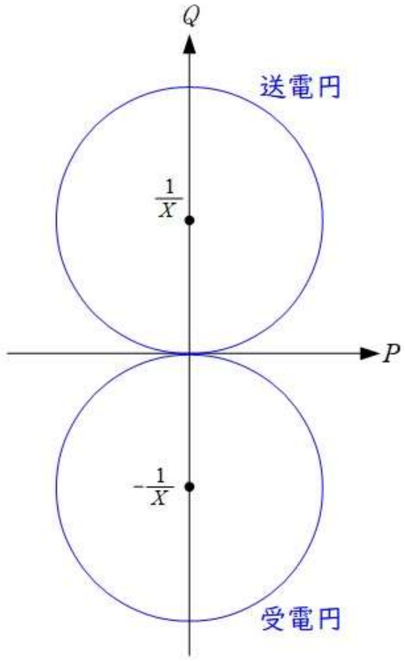


図 2

(3)$\boldsymbol{X}$ が 2 倍になっても引き続き同一の有効電力を送電する場合，$\boldsymbol{\delta}$ が大きく開くことの説明

X が 2 倍になった時，送電端の式は

$$
P^2+\left(Q_{\mathrm{s}}-\frac{1}{2X}\right)^2 = \left(\frac{1}{2X}\right)^2
$$

となるので，中心が$\left(0,\ \frac{1}{2X}\right)$，半径が$\frac{1}{2X}$の円を描くことになる。

これより，電力円線図は図 3 のようになる。

相差角が0° の時，(1)より，$P=0$，$Q_{\mathrm{s}}=0$となり，そこから相差角が増大すると，運転点が円周を左回りに動くことになる。同一の有効電力を送電する場合，X の時の相差角を δ_1，$2X$ の時の相差角を δ_2 とすると，それぞれ図 3 に示した角度となる。

よって，$\delta_1<\delta_2$ となることが分かる。

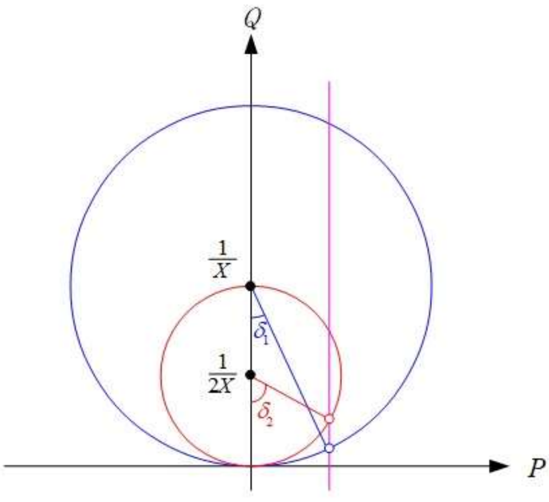


図 3

【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

【ワンポイント解説】

一番のポイントはリアクトルのリアクタンスが周波数に比例し，コンデンサのリアクタンスが周波数に反比例することですが，本問の場合はそれだけでは完答までたどり着きません。判断が難しいところですが，時間配分のことを考慮すると途中まで解いて，別の問題が終わって時間が余れば残りを解くというような選択も視野に入れた方が良いと思います。

1.高調波でのリアクタンス

ある回路に電源周波数fの電源及びインダクタンスLのコイル，静電容量Cのコンデンサが取り付けられている時，それぞれの基本波のリアクタンスX_{L}，X_{C}は，

$$\mathrm{j}X_{\mathrm{L}} = \mathrm{j}\omega L = \mathrm{j}2\pi fL$$

$$-\mathrm{j}X_{\mathrm{C}} = \frac{1}{\mathrm{j}\omega C} = \frac{1}{\mathrm{j}2\pi fC}$$

となります。この時，n次高調波に対するリアクタンスX_{nL}，X_{nC}は，n倍の周波数となったと考えれば良いから，

$$X_{\mathrm{nL}} = \mathrm{j}\omega_{\mathrm{n}} L = \mathrm{j}2\pi nfL$$

$$X_{\mathrm{nC}} = \frac{1}{\mathrm{j}\omega_{\mathrm{n}} C} = \frac{1}{\mathrm{j}2\pi nfC}$$

となります。

2.百分率インピーダンス

基準容量をP_{B}，基準電圧をV_{B}とすると，

$$\%P = \frac{P\ [\mathrm{W}]}{P_{\mathrm{B}}} \times 100$$

$$\%V = \frac{V\ [\mathrm{V}]}{V_{\mathrm{B}}} \times 100$$

$$\%I = \frac{I\ [\mathrm{A}]}{I_{\mathrm{B}}} \times 100 = \frac{I\ [\mathrm{A}]}{\frac{P_{\mathrm{B}}}{\sqrt{3}V_{\mathrm{B}}}} \times 100 = \frac{\sqrt{3}V_{\mathrm{B}}}{P_{\mathrm{B}}} \cdot I\ [\mathrm{A}] \times 100$$

$$\%Z = \frac{Z\ [\Omega]}{Z_{\mathrm{B}}} \times 100 = \frac{Z\ [\Omega]}{\frac{V_{\mathrm{B}}}{\sqrt{3}I_{\mathrm{B}}}} \times 100$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{V_{\mathrm{B}}} I_{\mathrm{B}} \cdot Z\ [\Omega] \times 100 = \frac{\sqrt{3}}{V_{\mathrm{B}}} \frac{P_{\mathrm{B}}}{\sqrt{3}V_{\mathrm{B}}} \cdot Z\ [\Omega] \times 100$$

$$= \frac{P_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{B}}^2} \cdot Z\ [\Omega] \times 100$$

となります。最後の%Zの式は公式として暗記しておきましょう。

【解答】

(1) $\boldsymbol{n}$ 次高調波電流源を電源とする高調波等価回路を描くとともに，$\boldsymbol{I_{\mathrm{Hn}}}$，$\boldsymbol{I_{\mathrm{Sn}}}$，$\boldsymbol{I_{\mathrm{Cn}}}$それぞれに対し，電流の方向を矢印で示す

等価回路において，系統電源は電圧源とみなし短絡すれば良い。また，ワンポイント解説「1.高調波でのリアクタンス」より，変圧器と直列リアクトルのリアクタンスはn倍，進相コンデンサのリアクタンスは$\frac{1}{n}$倍すれば良いから，等価回路を図 1 のようになる。

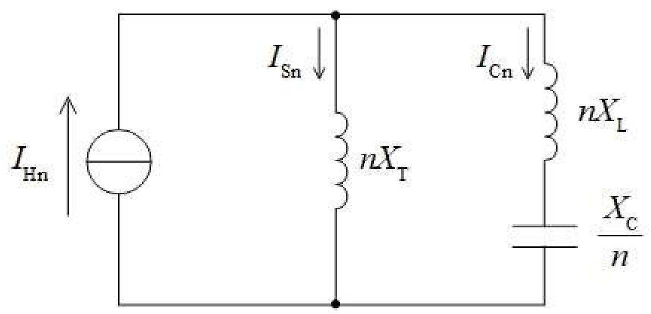


図 1

(2)進相コンデンサ設備に流入する $\boldsymbol{n}$ 次高調波電流 $\boldsymbol{I_{\mathrm{Cn}}}$ を表す式

図 1 において，分流の法則より，

$$I_{\mathrm{Cn}} = \frac{\mathrm{j}nX_{\mathrm{T}}}{\mathrm{j}nX_{\mathrm{T}} + \mathrm{j}\left(nX_{\mathrm{L}} - \frac{X_{\mathrm{C}}}{n}\right)} \cdot I_{\mathrm{Hn}}$$

$$= \frac{nX_{\mathrm{T}}}{nX_{\mathrm{T}} + \left(nX_{\mathrm{L}} - \frac{X_{\mathrm{C}}}{n}\right)} \cdot I_{\mathrm{Hn}}$$

と求められる。

(3)回路で共振を起こす条件式

(2)の式において，共振を起こし，電流が異常に上昇するのは分母が零の時であるので，

$$nX_{\mathrm{T}} + \left(nX_{\mathrm{L}} - \frac{X_{\mathrm{C}}}{n}\right) = 0$$

・負荷電流の不平衡を是正する。
・電線の太線化
・回線数を増加する。(複線化，ネットワーク化，単相3線方式の採用など)
・低損失の柱上変圧器を適用
など

(2)a) 平等負荷分布における A 点から x [m] だけ離れた地点の線路電流 I_x [A] と低圧配電線の全区間の電力損失

図 1 において，単位長さ当たりの電流密度 i_x は，

$$i_\mathrm{x} = \frac{I_\mathrm{s}}{L}$$

であるから，A 点から x だけ離れた地点の線路電流 I_x は，

$$I_\mathrm{x} = I_\mathrm{s} - i_\mathrm{x}x = I_\mathrm{s} - \frac{I_\mathrm{s}}{L}\cdot x = I_\mathrm{s}\cdot\frac{L-x}{L}$$

と求められる。微小区間 $\mathrm{d}x$ における電力損失 $\mathrm{d}P_\mathrm{l}$ は，微小区間の抵抗が $r\mathrm{d}x$ であるので，

$$\mathrm{d}P_\mathrm{l} = 2I_\mathrm{x}^2 r\mathrm{d}x = 2\left(I_\mathrm{s}\cdot\frac{L-x}{L}\right)^2 r\mathrm{d}x$$

$$= \frac{2I_s^2 r}{L^2}(L-x)^2\mathrm{d}x = \frac{2I_s^2 r}{L^2}(x^2-2Lx+L^2)\mathrm{d}x$$

となる。よって，線路全体の電力損失 P_l は上式の両辺を積分すると，

$$P_\mathrm{l} = \int_0^L \frac{2I_s^2 r}{L^2}(x^2-2Lx+L^2)\mathrm{d}x$$

$$= \frac{2I_s^2 r}{L^2}\int_0^L (x^2-2Lx+L^2)\,\mathrm{d}x$$

$$= \frac{2I_s^2 r}{L^2}\left[\frac{x^3}{3} - Lx^2 + L^2x\right]_0^L = \frac{2I_s^2 r}{L^2}\cdot\frac{L^3}{3} = \frac{2I_s^2 Lr}{3}$$

と求められる。

(2)b) 不平等負荷分布における A′ 点から x' [m] だけ離れた地点の負荷電流密度 i'_x [A] 及び線路電流 I'_x [A] と低圧配電線の全区間の電力損失

a)の線路電流 I_x の導出式と同様に， A′ 点から x' 離れた地点の負荷電流密度 i'_x は，

$$i'_\mathrm{x} = i'_0\cdot\frac{L-x'}{L}$$

と求められる。 x' 離れた地点の線路電流 I'_x は， x' から L までの負荷電流密度を合算したものであるから，

$$I'_\mathrm{x} = \int_{x'}^L i'_\mathrm{x}\mathrm{d}x' = \int_{x'}^L i'_0\cdot\frac{L-x'}{L}\mathrm{d}x' = \frac{i'_0}{L}\int_{x'}^L (L-x')\,\mathrm{d}x'$$

$$= \frac{i'_0}{L}\left[Lx' - \frac{x'^2}{2}\right]_{x'}^L = \frac{i'_0}{L}\left[L^2 - \frac{L^2}{2} - Lx' + \frac{x'^2}{2}\right]$$

$$= \frac{i'_0}{2L}\left[L^2 - 2Lx' + x'^2\right] = \frac{i'_0}{2L}(L-x')^2$$

と求められる。よって，a)と同様に微小区間 $\mathrm{d}x'$ における電力損失 $\mathrm{d}P'_\mathrm{l}$ は，微小区間の抵抗が $r\mathrm{d}x'$ であるので，

$$\mathrm{d}P'_\mathrm{l} = 2{I'_\mathrm{x}}^2 r\mathrm{d}x'$$
$$= 2\left\{\frac{i'_0}{2L}(L-x')^2\right\}^2 r\mathrm{d}x'$$
$$= \frac{{i'_0}^2 r}{2L^2}(L-x')^4\mathrm{d}x'$$

となる。したがって，線路全体の電力損失 P'_l は上式の両辺を積分すると，

$$P'_\mathrm{l} = \int_0^L \frac{{i'_0}^2 r}{2L^2}(L-x')^4\mathrm{d}x'$$
$$= \frac{{i'_0}^2 r}{2L^2}\int_0^L (L-x')^4\mathrm{d}x'$$

となる。ここで， $X = L - x'$ とすれば x が 0 から L に変化するとき， X が L から 0 に変化し， $\mathrm{d}X = -\mathrm{d}x'$ であるので，

$$P'_\mathrm{l} = \int_0^L \frac{{i'_0}^2 r}{2L^2}(L-x')^4\mathrm{d}x' = \frac{{i'_0}^2 r}{2L^2}\int_L^0 X^4\cdot(-1)\cdot\mathrm{d}X$$

$$= -\frac{{i'_0}^2 r}{2L^2}\int_L^0 X^4\mathrm{d}X = -\frac{{i'_0}^2 r}{2L^2}\left[\frac{X^5}{5}\right]_L^0$$

$$= -\frac{{i'_0}^2 r}{2L^2}\left[-\frac{L^5}{5}\right] = \frac{{i'_0}^2 L^3 r}{10}$$

となる。ここで，

$$I_\mathrm{s} = I'_\mathrm{x}(0)$$
$$= \frac{i'_0 L}{2}$$

であるので，

$$P'_\mathrm{l} = \frac{2{I_s}^2 Lr}{5}$$

と求められる。

となる。④に⑥を代入すると，

$$\begin{aligned}\dot{V}_1=\dot{V}_2 &= -\mathrm{j}X_2\dot{I}_2\\ &= \frac{\mathrm{j}X_2\dot{E}_1}{\mathrm{j}X_1+\mathrm{j}X_2}\\ &= \frac{X_2\dot{E}_1}{X_1+X_2}\cdots\cdots ⑦\end{aligned}$$

図 2 及びワンポイント解説「2.対称座標法」より，電圧計の測定電圧$\dot{V}_{\mathrm{OS}}$は，$1+a+a^2=0$を用いて整理すると，

$$\begin{aligned}\dot{V}_{\mathrm{OS}} &= \dot{V}_{\mathrm{U}}-\dot{V}_{\mathrm{V}}\\ &= \dot{V}_0+\dot{V}_1+\dot{V}_2-(\dot{V}_0+a^2\dot{V}_1+a\dot{V}_2)\\ &= (1-a^2)\dot{V}_1+(1-a)\dot{V}_2\\ &= (2-a-a^2)\dot{V}_1\\ &= 3\dot{V}_1\\ &= \frac{3X_2\dot{E}_1}{X_1+X_2}\cdots\cdots ⑧\end{aligned}$$

となる。一方電流計の測定電流$\dot{I}_{\mathrm{S}}$は，

$$\begin{aligned}\dot{I}_{\mathrm{S}} &= \dot{I}_{\mathrm{V}}\\ &= \dot{I}_0+a^2\dot{I}_1+a\dot{I}_2\\ &= a^2\dot{I}_1-a\dot{I}_1\\ &= (a^2-a)\dot{I}_1\\ &= \left(\frac{-1-\mathrm{j}\sqrt{3}}{2}-\frac{-1+\mathrm{j}\sqrt{3}}{2}\right)\dot{I}_1\\ &= -\mathrm{j}\sqrt{3}\dot{I}_1\\ &= -\mathrm{j}\sqrt{3}\frac{\dot{E}_1}{\mathrm{j}X_1+\mathrm{j}X_2}\\ &= -\sqrt{3}\frac{\dot{E}_1}{X_1+X_2}\cdots\cdots ⑨\end{aligned}$$

となる。よって，$|⑧|\div|⑨|$により，

$$\begin{aligned}\frac{|\dot{V}_{\mathrm{OS}}|}{|\dot{I}_{\mathrm{S}}|} &= \frac{\dfrac{3X_2|\dot{E}_1|}{X_1+X_2}}{\sqrt{3}\dfrac{|\dot{E}_1|}{X_1+X_2}}\\ &= \sqrt{3}X_2\\ X_2 &= \frac{|\dot{V}_{\mathrm{OS}}|}{\sqrt{3}|\dot{I}_{\mathrm{S}}|}\end{aligned}$$

と求められる。したがって，各値を代入すると，

$$\begin{aligned}X_2 &= \frac{|\dot{V}_{\mathrm{OS}}|}{\sqrt{3}|\dot{I}_{\mathrm{S}}|}\\ &= \frac{250}{\sqrt{3}\times 400}\\ &\fallingdotseq 0.36084 \quad\to\quad 0.361\ [\Omega]\end{aligned}$$

と求められる。

2015 年 問 2

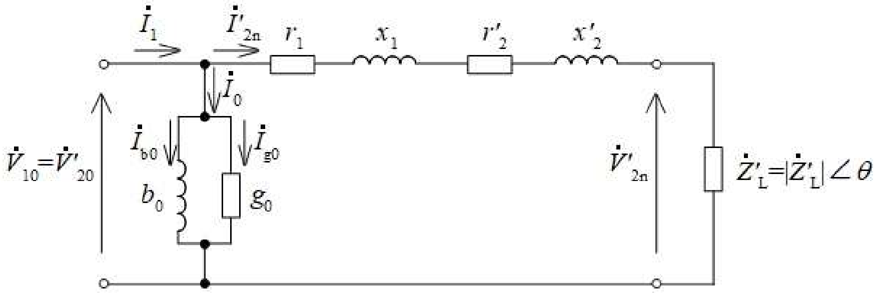
問題　【難易度】★★★★☆（やや難しい）

変圧器の特性に関して，次の問に答えよ。

(1) 定格容量$S_{\mathrm{n}} = 100\ \mathrm{kV \cdot A}$，定格一次電圧$V_{1\mathrm{n}} = 6600\ \mathrm{V}$，定格二次電圧$V_{2\mathrm{n}} = 210\ \mathrm{V}$，定格周波数60 Hzの単相変圧器がある。巻数比$a$，定格一次電流$I_{1\mathrm{n}}$ [A]を求めよ。

(2) この変圧器の二次巻線端子を短絡し，一次巻線端子に定格周波数の電圧$V_{1\mathrm{s}} = 218\ \mathrm{V}$を印加したところ，二次側電流が定格電流となり，入力電力は，$P_{1\mathrm{s}} = 1200\ \mathrm{W}$であった。短絡インピーダンスの大きさ[%]を求めよ。

(3) 図 1 は二次側の諸量を一次側に換算した変圧器の簡易等価回路である。上記(2)の条件から，図中の巻線の抵抗$r = r_1 + a^2 r_2\ [\Omega]$及び漏れリアクタンス$x = x_1 + a^2 x_2\ [\Omega]$を求めよ。ただし，励磁アドミタンスは無視する。



$$\dot{V}'_{20}=a\dot{V}_{20},\quad \dot{V}'_{2\mathrm{n}}=a\dot{V}_{2\mathrm{n}},\quad \dot{I}'_{2\mathrm{n}}=\frac{\dot{I}_{2\mathrm{n}}}{a},$$

$$R'_2=a^2 r_2,\quad x'_2=a^2 x_2,\quad \dot{Z}'_{\mathrm{L}}=a^2\dot{Z}_{\mathrm{L}}$$

図 1

(4) 図 1 に示すように，二次巻線端子に力率$\cos\theta$の負荷$\left(\dot{Z}_{\mathrm{L}} = \left|\dot{Z}_{\mathrm{L}}\right|\angle\theta\right)$を接続して一次巻線電圧を$V_{10}$としたとき，負荷に定格電圧$V_{2\mathrm{n}}$が印加され定格電流$I_{2\mathrm{n}}$が流れた。図 2 は，このときの電圧電流ベクトル概略図の一部である。図 2 が答案用紙に印刷されているので，電圧$\dot{V}'_{20}(=\dot{V}_{10})$及び電流$\dot{I}_1$，$\dot{I}_{\mathrm{g}0}$，$\dot{I}_{\mathrm{b}0}$のベクトルを書き足して，ベクトル図を完成させよ。巻線抵抗r及び漏れリアクタンスxによる電圧降下の成分も図中に明示せよ。

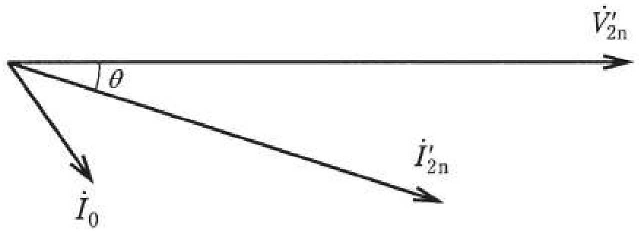


図 2

(5) 一次端子電圧をV_{10}のままにして，無負荷としたときの二次端子電圧をV_{20}とする。このとき，この変圧器の電圧の変動率εを，次式で表す。

$$\varepsilon = \frac{V_{20} - V_{2\mathrm{n}}}{V_{2\mathrm{n}}} \times 100[\%]$$

これは，次式で近似できることを示せ。

$$\varepsilon \fallingdotseq (q_{\mathrm{R}}\cos\theta + q_{\mathrm{X}}\sin\theta) \times 100[\%]$$

ただし，$R = \frac{r}{a^2}$，$X = \frac{x}{a^2}$，$q_{\mathrm{R}} = \frac{RI_{2\mathrm{n}}}{V_{2\mathrm{n}}} \ll 1$，$q_{\mathrm{X}} = \frac{XI_{2\mathrm{n}}}{V_{2\mathrm{n}}} \ll 1$とする。また，必要に応じて，展開式

$\sqrt{1+\delta} = 1 + \frac{1}{2}\delta - \frac{1}{8}\delta^2 + \cdot\cdot\cdot$，$(|\delta| < 1)$を用いよ。

【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

【ワンポイント解説】

百分率インピーダンスを使いこなせること，複雑な計算があること等かなりの能力が求められ，一種に出題されてもよいレベルの問題であると思います。この年の機械制御は問題毎の難易度格差が大きく，本問を選択した方は苦戦したのではないかと思います。

1.百分率インピーダンスの定義

単相変圧器の定格容量P_{n}，定格電圧V_{n}，定格電流I_{n}とした時，インピーダンスZのパーセントインピーダンス$\%Z$は，

$$\begin{aligned}\%Z &= \frac{ZI_{\mathrm{n}}}{V_{\mathrm{n}}}\times 100\\ &= \frac{ZP_{\mathrm{n}}}{V_{\mathrm{n}}^2}\times 100\end{aligned}$$

となります。

【解答】

(1)巻数比a，定格一次電流$I_{1\mathrm{n}}$ [A]

巻数比aは，一次電圧と二次電圧の比と等しいので，

$$\begin{aligned}a &= \frac{V_{1\mathrm{n}}}{V_{2\mathrm{n}}}\\ &= \frac{6600}{210}\\ &\fallingdotseq 31.429 \quad\rightarrow\quad 31.4\end{aligned}$$

と求められる。また一次定格電流$I_{1\mathrm{n}}$は，

$$\begin{aligned}I_{1\mathrm{n}} &= \frac{S_{\mathrm{n}}}{V_{1\mathrm{n}}}\\ &= \frac{100\times 10^3}{6600}\\ &\fallingdotseq 15.152 \quad\rightarrow\quad 15.2\ [\mathrm{A}]\end{aligned}$$

と求められる。

(2)短絡インピーダンスの大きさ[%]

短絡インピーダンスの大きさZ_{s}は題意より，

$$Z_{\mathrm{s}} = \frac{V_{\mathrm{s}}}{I_{1\mathrm{n}}}$$

であるから，ワンポイント解説「1.百分率インピーダンスの定義」より，短絡インピーダンスの大きさ$\%Z_{\mathrm{s}}$は，

$$\begin{aligned}\%Z_{\mathrm{s}} &= \frac{Z_{\mathrm{s}}I_{1\mathrm{n}}}{V_{1\mathrm{n}}}\times 100\\ &= \frac{\frac{V_{1\mathrm{s}}}{I_{1\mathrm{n}}}I_{1\mathrm{n}}}{V_{1\mathrm{n}}}\times 100\\ &= \frac{V_{1\mathrm{s}}}{V_{1\mathrm{n}}}\times 100\\ &= \frac{218}{6600}\times 100\\ &\fallingdotseq 3.3030 \quad\rightarrow\quad 3.30\ [\%]\end{aligned}$$

と求められる。

(3)巻線の抵抗$\boldsymbol{r = r_1 + a^2 r_2}$ [Ω]及び漏れリアクタンス$\boldsymbol{x = x_1 + a^2 x_2}$ [Ω]

(2)の条件における等価回路は図 1-1 のようになる。無負荷試験時の結果より，

$$\begin{aligned}P_{1\mathrm{s}} &= rI_{1\mathrm{n}}^2\\ r &= \frac{P_{1\mathrm{s}}}{I_{1\mathrm{n}}^2}\\ &= \frac{1200}{15.152^2}\\ &\fallingdotseq 5.2269 \quad\rightarrow\quad 5.23\ [\Omega]\end{aligned}$$

となる。また，短絡インピーダンスの大きさZ_{s}は，

$$\begin{aligned}Z_{\mathrm{s}} &= \frac{218}{15.152}\\ &\fallingdotseq 14.388\ [\Omega]\end{aligned}$$

となるので，漏れリアクタンスの大きさは，

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{Z_{\mathrm{s}}^2 - r^2}\\ &= \sqrt{14.388^2 - 5.23^2}\\ &\fallingdotseq 13.404 \quad\rightarrow\quad 13.4\ [\Omega]\end{aligned}$$

と求められる。

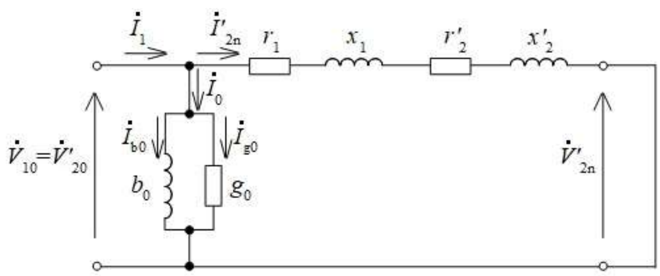


図 1-1

(4)T_{P1}がオンした直後に出力される電圧

題意より，T_{P1}，T_{P2}，　・・・，　T_{P6}，T_{P1}，　・・・と順番にONされるので，T_{P1}がONした直後はT_{P1}とT_{P6}がONしている状態となる。したがって，電流は図 1-1 のように流れ，v_{UV}が出力される。

(5)正群コンバータのサイリスタT_{P1}に流れる電流i_{TP1}の波形

T_{P1}がONの時のみ電流が流れるが，T_{P1}がONとなる時は，T_{P6}，T_{P1}がON，T_{P1}，T_{P2}がONの時となる。したがって，この時に流れる電流は図 1-2 の時のみとなるので，v_{UV}とv_{UW}が出力されている時のみ電流が流れる。したがって，図で示すと図 4 のようになる。

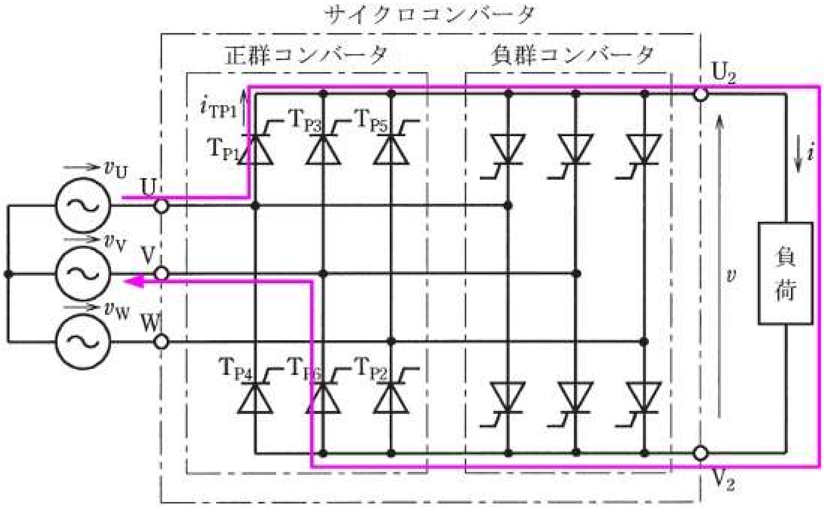


図1-1

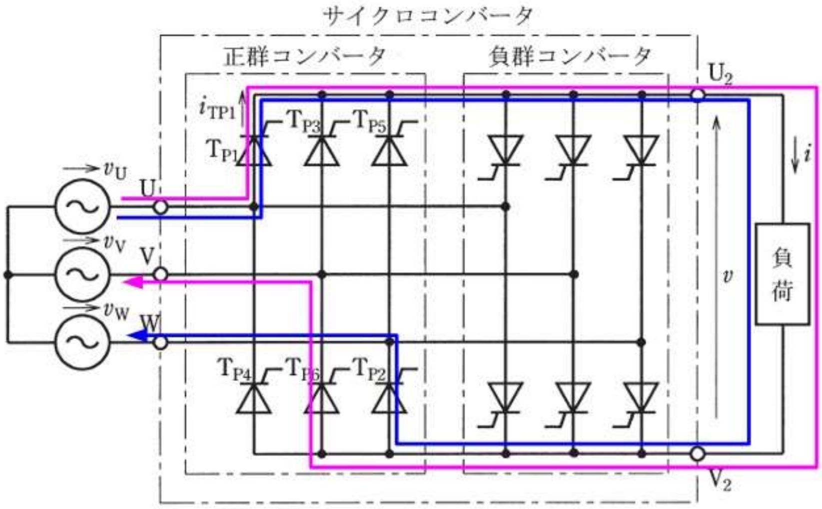


図1-2

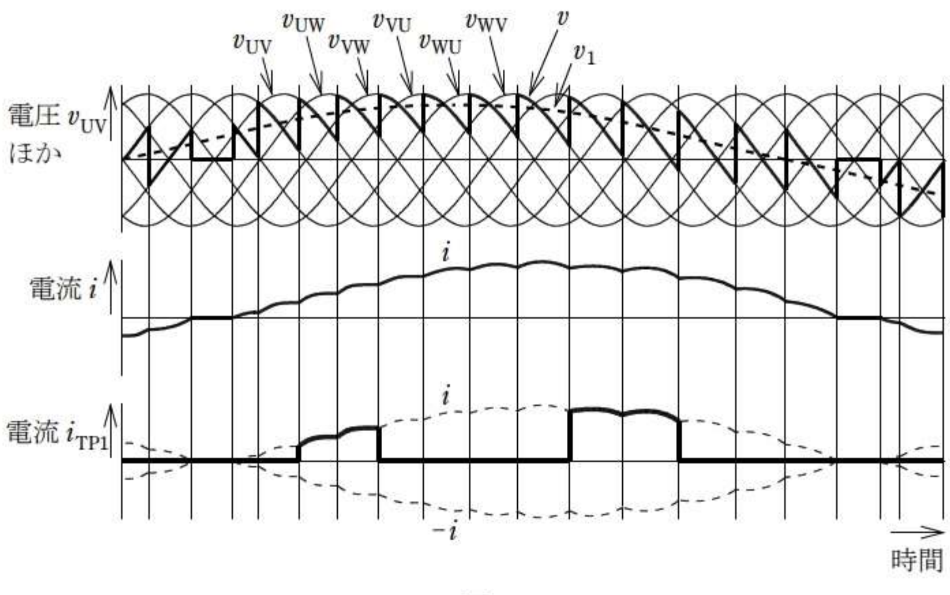


図 4

【ワンポイント解説】

太陽光発電のパワーコンディショナのメカニズムを問うような出題です。2019 年度の機械制御の科目は比較的取り組みやすい問題が多かった印象ですが，本問だけは少し難易度が高めの問題となっています。選択する必要のない方は飛ばしても良いかもしれません。

1.デューティ比 D

周期が T の図 1 のような方形波において，デューティ比 D は，

$$\begin{aligned} D &= \frac{T_{\mathrm{on}}}{T} \\ &= \frac{T_{\mathrm{on}}}{T_{\mathrm{on}}+T_{\mathrm{off}}} \end{aligned}$$

となります。

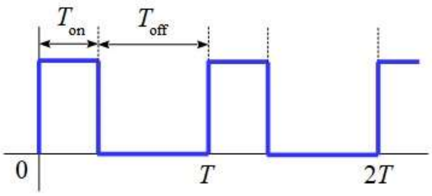


図 1

【解答】

(1)系統電流 i_s の基本波実効値 I_s

この回路の出力は単相交流なので，

$$P_s = V_s I_s$$

の関係があり，それぞれの値を代入すると，

$$\begin{aligned} I_s &= \frac{P_s}{V_s} \\ &= \frac{4\times 10^3}{200} \\ &= 20.0\ [\mathrm{A}] \end{aligned}$$

と求められる。

(2)交流インダクタ L_s に誘起する電圧の基本波実効値，及びインバータ交流端子電圧の基本波実効値

交流インダクタ L_s に誘起する電圧の基本波実効値 V_{ls} は，

$$\begin{aligned} V_{ls} &= X_s I_s \\ &= 3.5\times 20 \\ &= 70.0\ [\mathrm{V}] \end{aligned}$$

と求められる。インバータの交流端子電圧 $\dot{V}_i$ は，

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= \dot{V}_s + \mathrm{j}X_s I_s \\ &= 200+\mathrm{j}70.0\ [\mathrm{V}] \end{aligned}$$

であるので，その大きさ V_i は，

$$\begin{aligned} V_i &= \sqrt{200^2+70.0^2} \\ &\fallingdotseq 211.90 \quad\rightarrow\quad 212\ [\mathrm{V}] \end{aligned}$$

と求められる。

> ! 題意より$\dot{I}_s$と$\dot{V}_s$は同じ位相となり，$\dot{V}_i = \dot{V}_s + \mathrm{j}X_s I_s$が成り立ちます。

(3) i_s を制御するために必要な直流コンデンサ C の電圧 V_c の条件

V_c はインバータ電圧の波高値より大きくなければならないので，その条件は，

$$\begin{aligned} V_c &\geqq \sqrt{2}V_i \\ &= \sqrt{2}\times 211.90 \\ &\fallingdotseq 299.67 \quad\rightarrow\quad 300\ [\mathrm{V}] \end{aligned}$$

と求められる。

(4)入力電流が常に $i_d > 0$ の場合のコンデンサ電圧 V_c

リアクトル L_d に蓄えられるエネルギーについて，

$$V_d I_d T_{\mathrm{on}} = (V_c - V_d) I_d T_{\mathrm{off}}$$

の関係があるから，

$$\begin{aligned} V_d T_{\mathrm{on}} &= (V_c - V_d) T_{\mathrm{off}} \\ V_d T_{\mathrm{on}} &= V_c T_{\mathrm{off}} - V_d T_{\mathrm{off}} \\ V_d (T_{\mathrm{on}} + T_{\mathrm{off}}) &= V_c T_{\mathrm{off}} \\ V_c &= \frac{T_{\mathrm{on}}+T_{\mathrm{off}}}{T_{\mathrm{off}}} V_d \\ &= \frac{1}{\dfrac{T_{\mathrm{off}}}{T_{\mathrm{on}}+T_{\mathrm{off}}}} V_d \\ &= \frac{1}{1-\dfrac{T_{\mathrm{on}}}{T_{\mathrm{on}}+T_{\mathrm{off}}}} V_d \end{aligned}$$

となる。ここで，デューティ比 $D = \frac{T_{\mathrm{on}}}{T_{\mathrm{on}}+T_{\mathrm{off}}} = 0.5$ であるから，

$$\begin{aligned} V_c &= \frac{1}{1-D} V_d \\ &= \frac{1}{1-0.5}\times 200 \\ &= 400\ [\mathrm{V}] \end{aligned}$$

と求められる。

(5)電流連続モードの場合，i_d のリプルのピークピーク値

スイッチング周波数が $f_{sw} = 10\ \mathrm{kHz}$ であるので，スイッチングの周期 T は，

$$
\begin{aligned}
T &= \frac{1}{f_{\mathrm{sw}}} \\
&= \frac{1}{10 \times 10^3} \\
&= 1 \times 10^{-4}\ [\mathrm{s}]
\end{aligned}
$$

となる。デューティ比が $D = 0.5$ であるので T_{on} は，

$$
\begin{aligned}
T_{\mathrm{on}} &= DT \\
&= 0.5 \times 1 \times 10^{-4} \\
&= 5 \times 10^{-5}\ [\mathrm{s}]
\end{aligned}
$$

となる。S_{d} が ON の時，

$$
V_{\mathrm{d}} = L_{\mathrm{d}} \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}
$$

が成立するので，リプル電流のピークピーク値は，

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} T_{\mathrm{on}} &= \frac{V_{\mathrm{d}}}{L_{\mathrm{d}}} T_{\mathrm{on}} \\
&= \frac{200}{1 \times 10^{-3}} \times 5 \times 10^{-5} \\
&= 10\ [\mathrm{A}]
\end{aligned}
$$

と求められる。

(6)電流連続モードで動作できる出力電力 $\boldsymbol{P_{\mathrm{s}}}$ の条件

リプル電流のピークピーク値が 10 [A] であるので，i_{d} の平均値 I_{d} が 5 [A] 以上でなければ電流連続モードで動作しない。したがって，その時の入力電力 P_{d} は，

$$
\begin{aligned}
P_{\mathrm{d}} &= V_{\mathrm{d}} I_{\mathrm{d}} \\
&= 200 \times 5 \\
&= 1000\ [\mathrm{W}] \quad \rightarrow \quad 1\ [\mathrm{kW}]
\end{aligned}
$$

となる。題意より，回路素子はすべて理想的とし，損失は生じないので出力電力 P_{s} は，

$$
\begin{aligned}
P_{\mathrm{s}} &= P_{\mathrm{d}} \\
&= 1\ [\mathrm{kW}]
\end{aligned}
$$

となる。よって，連続モードで動作できる出力電力は 1 kW 以上と求められる。