平成 28 年 問 4

問題　【難易度】★★★★☆（やや難しい）

図のような 6.6 kV， 50 Hz の三相 3 線式配電線がある。 A 配電線に 1 線地絡故障が発生した際，変電所に施設した A 配電線用零相変流器(ZCT)に流れる零相電流の合計値を，次の(1)～(4)に基づき答えよ。

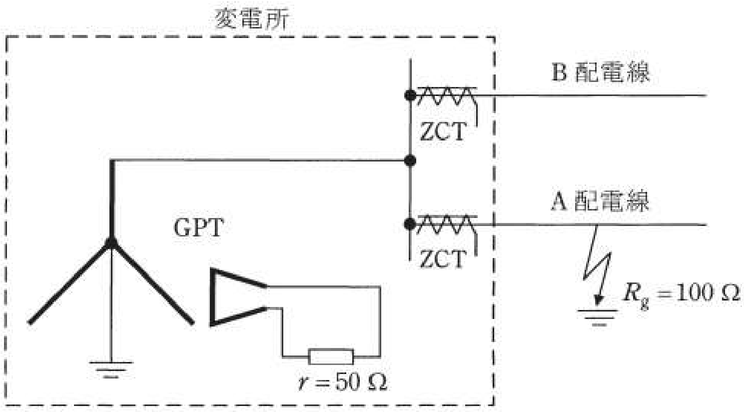
ただし，配電線 1 線当たりの対地静電容量は 0.01 μF/km，配電線のこう長は A， B ともに 5 km，接地用変圧器(GPT)二次側の挿入抵抗 r は 50 Ω，GPT の変成比は 6600 V / 110 V，配電線の電圧は 6600 V(平衡三相電圧)，地絡抵抗 R_{g} は 100 Ω とし，その他定数は無視するものとする。

(1)　A，B 配電線の 1 線当たりの対地アドミタンスを $\dot{Y}$， GPT 二次側挿入抵抗の一次側に換算した等価中性点抵抗を R_{n}， 地絡抵抗を R_{g}， 地絡故障が発生した線の故障発生前の対地電圧を $\dot{E}_{\mathrm{a}}$ とするとき， 1 線地絡故障時の等価回路を示せ。

(2)　地絡点からみたインピーダンス $\dot{Z}$ 及び A 配電線用 ZCT に流れる零相電流 $\dot{I}_{\mathrm{AG}}$ を等価回路から $\dot{Y}$， R_{n}， R_{g} 及び $\dot{E}_{\mathrm{a}}$ を用いて表せ。

(3)　R_{n} を GPT の二次側挿入抵抗値から，一次側に換算した値で求めよ。

(4)　各値を用いて $\dot{I}_{\mathrm{AG}}$ の大きさを計算せよ。



【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)	(3)	(4)

【ワンポイント解説】

1 線地絡故障であると，対称座標法によって解く方法もありますが，本問の場合は重ね合わせの理による等価回路で解いた方がスムースに解けると思います。

1.テブナンの定理

図 1 のような回路において，端子 a－b の開放電圧を V_0 [V]， 端子 a－b から電源側をみた合成抵抗を R_0 [Ω] とする（ただし，電圧源は短絡，電流源は開放する）と，図の抵抗 R [Ω] を流れる電流の大きさ I [A] は，

$$I = \frac{V_0}{R + R_0}$$

で求められます。この関係は抵抗のみでなく，リアクタンスにも適用可能です。

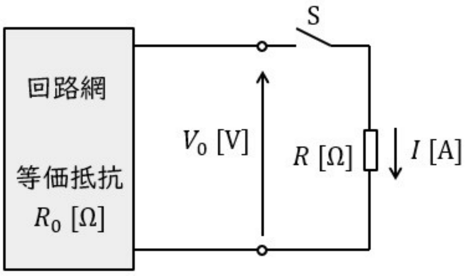


図 1

2.配電線 1 線地絡時の等価回路

図 2 のような変圧器に接続された三相線路があり，c 相に 1 線地絡事故が発生したとします。

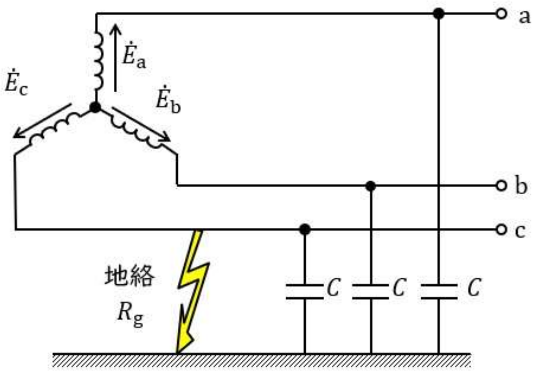


図 2

地絡点にテブナンの定理を適用すると，地絡点の開放電圧は $\dot{E}_{\mathrm{c}}$， 地絡点から見たインピーダンスは電源を短絡して考えれば良いので，各相の静電容量が並列に接続された状態となります。したがって，等価回路は図 3 のように描くことができます。

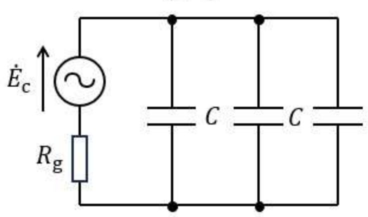


図 3

【解答】

(1) 1 線地絡故障時の等価回路を示す

ワンポイント解説「2.配電線 1 線地絡時の等価回路」より，A 配電線と B 配電線，及び接地抵抗を考慮した等価回路は，図 4 のようになる。

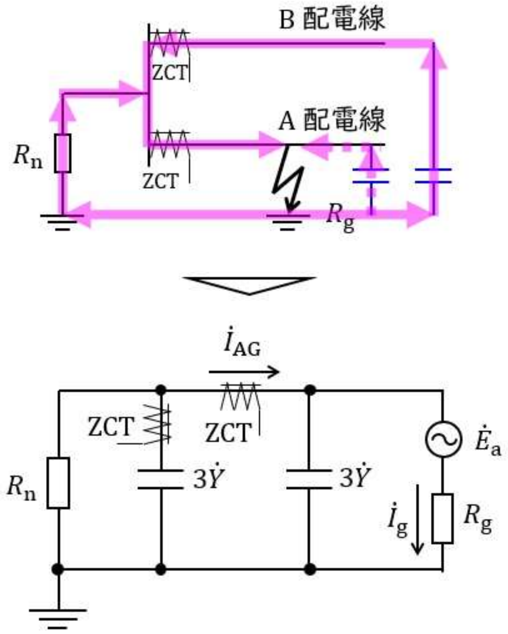


図 4

(2)地絡点からみたインピーダンス $\dot{Z}$ 及び A 配電線用 ZCT に流れる零相電流 $\dot{I}_{AG}$ を等価回路から $\dot{Y}$，R_n，R_g 及び $\dot{E}_a$ を用いて表す

図 4 の等価回路から，故障点から見た合成インピーダンス $\dot{Z}$ は，

$$\begin{aligned}\dot{Z} &= \frac{R_n \cdot \dfrac{1}{3\dot{Y}+3\dot{Y}}}{R_n + \dfrac{1}{3\dot{Y}+3\dot{Y}}} \\ &= \frac{R_n}{1+6R_n\dot{Y}}\end{aligned}$$

と求められる。これより地絡電流 $\dot{I}_G$ は，

$$\begin{aligned}\dot{I}_G &= \frac{\dot{E}_a}{\dot{Z}+R_g} \\ &= \frac{\dot{E}_a}{\dfrac{R_n}{1+6R_n\dot{Y}}+R_g} \\ &= \frac{1+6R_n\dot{Y}}{R_n+R_g+6R_nR_g\dot{Y}}\dot{E}_a\end{aligned}$$

となる。A 配電線用 ZCT に流れる零相電流 $\dot{I}_{AG}$ は，アドミタンスの分流比の計算から，

$$\begin{aligned}\dot{I}_{AG} &= \frac{\dfrac{1}{R_n}+3\dot{Y}}{\dfrac{1}{R_n}+3\dot{Y}+3\dot{Y}}\dot{I}_G \\ &= \frac{1+3R_n\dot{Y}}{1+6R_n\dot{Y}}\cdot\frac{1+6R_n\dot{Y}}{R_n+R_g+6R_nR_g\dot{Y}}\dot{E}_a \\ &= \frac{1+3R_n\dot{Y}}{R_n+R_g+6R_nR_g\dot{Y}}\dot{E}_a\end{aligned}$$

と求められる。

(3) R_n を GPT の二次側挿入抵抗値から，一次側に換算した値で求める

二次側挿入抵抗 $r = 50\ \Omega$ であり，1 相あたりの分担は，$\frac{50}{3}\ \Omega$ であるから，一次側に換算した抵抗値 R は，

$$\begin{aligned}R &= \left(\frac{6600}{110}\right)^2 \times \frac{50}{3} \\ &= 60000\ [\Omega]\end{aligned}$$

となる。等価回路上の中性点抵抗 R_n は 3 相一括での抵抗値なので，

$$\begin{aligned}R_n &= \frac{R}{3} \\ &= \frac{60000}{3} \\ &= 20000\ [\Omega]\end{aligned}$$

と求められる。

(4) $\dot{I}_{AG}$ の大きさを計算する

(2)の解答式に各値を代入すると，

$$\begin{aligned}\left|\dot{I}_{AG}\right| &= \left|\frac{1+3R_n\dot{Y}}{R_n+R_g+6R_nR_g\dot{Y}}\dot{E}_a\right| \\ &= \left|\frac{1+3\times 20000\times \mathrm{j}2\pi\times 50\times 0.01\times 10^{-6}\times 5}{20000+100+6\times 20000\times 100\times \mathrm{j}2\pi\times 50\times 0.01\times 10^{-6}\times 5}\cdot\frac{6600}{\sqrt{3}}\right| \\ &\fallingdotseq \left|\frac{1+\mathrm{j}0.94248}{20100+\mathrm{j}188.50}\cdot\frac{6600}{\sqrt{3}}\right| \\ &\fallingdotseq \frac{\sqrt{1+0.94248^2}}{\sqrt{20100^2+188.50^2}}\cdot\frac{6600}{\sqrt{3}} \\ &\fallingdotseq \frac{1.3741}{20101}\cdot\frac{6600}{\sqrt{3}} \\ &\fallingdotseq 0.260\ \ [\mathrm{A}]\end{aligned}$$

と求められる。

令和元年 問 1

問題　【難易度】★★☆☆☆（やや易しい）

三相かご形誘導電動機に関して，次の問に答えよ。

定格出力 5 kW，定格電圧 200 V，4 極の三相かご形誘導電動機がある。この電動機を 50 Hz の電源に接続して全負荷運転したとき，速度は $1440\ \mathrm{min}^{-1}$ である。また，この電動機の鉄損は 180 W であった。一次巻線の抵抗を r_1，一次側に換算した二次巻線の抵抗を r_2' としたとき，それらの比が $\frac{r_1}{r_2'}=\frac{2}{5}$ であった。簡易等価回路を用いて，この電動機の次の値を求めよ。ただし，機械損は無視する。

(1)　同期速度 $[\mathrm{min}^{-1}]$

(2)　全負荷時の滑り

(3)　全負荷時の滑り周波数 [Hz]

(4)　全負荷時のトルク [N・m]

(5)　全負荷時の効率 [%]

【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

【ワンポイント解説】

誘導電動機の問題はL形等価回路を描けるかどうかが最も重要となってきます。本問の場合は(3)の滑り周波数の定義を知っているかどうかが完答の分かれ目になるかもしれません。パターン化されている内容も多いため，多くの受験生が選択する問題と言えるので，確実に解けるようにしておきましょう。

1.電動機の同期速度 N_s

定格周波数が f [Hz]，極数が p の電動機の同期速度 $N_\mathrm{s}\ [\mathrm{min}^{-1}]$ は，

$$N_\mathrm{s} = \frac{120f}{p}$$

となります。

2.誘導機の滑り s

誘導機の同期速度が N_s，回転数が N である時，誘導機の滑り s は，

$$s = \frac{N_\mathrm{s}-N}{N_\mathrm{s}}$$

となります。

3.電動機の同期角速度 ω_s

同期速度が N_s の電動機の同期角速度 ω_s は，

$$\omega_\mathrm{s} = \frac{2\pi N_\mathrm{s}}{60}$$

4.誘導電動機の出力 P_o とトルク T の関係

電動機の出力 P_o，角速度 ω，電動機の二次入力を P_2，同期角速度 ω_s とすると，電動機のトルク T は，

$$\begin{aligned} T &= \frac{P_\mathrm{o}}{\omega} \\ &= \frac{P_2(1-s)}{\omega_\mathrm{s}(1-s)} \\ &= \frac{P_2}{\omega_\mathrm{s}} \end{aligned}$$

で求められます。

5.二次入力 P_2 と出力 P_o と二次銅損 P_c2 の関係

誘導電動機のL形等価回路は図1のようになります。図1において，$\dot{V}_1$ は一次側端子電圧，$\dot{I}_1$ は一次電流，$\dot{I}_2$ は二次電流，$\dot{I}_0$ は励磁電流，r_1 は一次巻線抵抗，r_2' は二次巻線抵抗の一次換算，x_1 は一次漏れリアクタンス，x_2' は二次漏れリアクタンスの一次換算，s は滑りとなります。

図 1 より，出力 P_o，二次銅損 P_c2，二次入力 P_2 は，

$$\begin{aligned} P_\mathrm{o} &= 3\frac{1-s}{s}r_2' I_2^2 \\ P_\mathrm{c2} &= 3r_2' I_2^2 \\ P_2 &= P_\mathrm{o}+P_\mathrm{c2} = 3\frac{r_2'}{s}I_2^2 \end{aligned}$$

となり，誘導電動機の二次入力 P_2，出力 P_o，二次銅損 P_c2 には，

$$P_2 : P_\mathrm{o} : P_\mathrm{c2} = 1 : (1-s) : s$$

の関係があることが分かります。

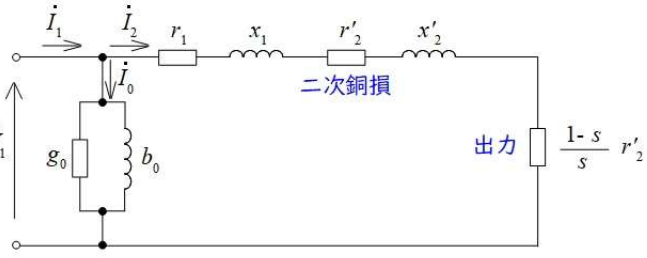


図 1　誘導電動機のL形等価回路

6.誘導電動機の効率 η

一次入力 P_1，出力 P_o，一次銅損 P_c1，二次銅損 P_c2，鉄損 P_i とすると，誘導電動機の効率 η は，

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P_\mathrm{o}}{P_1}\times 100 \\ &= \frac{P_\mathrm{o}}{P_\mathrm{o}+P_\mathrm{i}+P_\mathrm{c1}+P_\mathrm{c2}}\times 100 \end{aligned}$$

で求められます。

【ワンポイント解説】

百分率インピーダンスを使いこなせること，複雑な計算があること等かなりの能力が求められ，一種に出題されてもよいレベルの問題であると思います。この年の機械制御は問題毎の難易度格差が大きく，本問を選択した方は苦戦したのではないかと思います。

1.百分率インピーダンスの定義

単相変圧器の定格容量P_{n}，定格電圧V_{n}，定格電流I_{n}とした時，インピーダンスZのパーセントインピーダンス$\%Z$は，

$$\begin{aligned}\%Z &= \frac{ZI_{\mathrm{n}}}{V_{\mathrm{n}}}\times 100\\ &= \frac{ZP_{\mathrm{n}}}{V_{\mathrm{n}}^2}\times 100\end{aligned}$$

となります。

【解答】

(1)巻数比a，定格一次電流$I_{1\mathrm{n}}$ [A]

巻数比aは，一次電圧と二次電圧の比と等しいので，

$$\begin{aligned}a &= \frac{V_{1\mathrm{n}}}{V_{2\mathrm{n}}}\\ &= \frac{6600}{210}\\ &\fallingdotseq 31.429 \quad \rightarrow \quad 31.4\end{aligned}$$

と求められる。また一次定格電流$I_{1\mathrm{n}}$は，

$$\begin{aligned}I_{1\mathrm{n}} &= \frac{S_{\mathrm{n}}}{V_{1\mathrm{n}}}\\ &= \frac{100\times 10^3}{6600}\\ &\fallingdotseq 15.152 \quad \rightarrow \quad 15.2\ [\mathrm{A}]\end{aligned}$$

と求められる。

(2)短絡インピーダンスの大きさ[%]

短絡インピーダンスの大きさZ_{s}は題意より，

$$Z_{\mathrm{s}} = \frac{V_{\mathrm{s}}}{I_{1\mathrm{n}}}$$

であるから，ワンポイント解説「1.百分率インピーダンスの定義」より，短絡インピーダンスの大きさ$\%Z_{\mathrm{s}}$

$$\begin{aligned}\%Z_{\mathrm{s}} &= \frac{Z_{\mathrm{s}}I_{1\mathrm{n}}}{V_{1\mathrm{n}}}\times 100\\ &= \frac{\frac{V_{1\mathrm{s}}}{I_{1\mathrm{n}}}I_{1\mathrm{n}}}{V_{1\mathrm{n}}}\times 100\\ &= \frac{V_{1\mathrm{s}}}{V_{1\mathrm{n}}}\times 100\\ &= \frac{218}{6600}\times 100\\ &\fallingdotseq 3.3030 \quad \rightarrow \quad 3.30\ [\%]\end{aligned}$$

と求められる。

(3)巻線の抵抗$r = r_1 + a^2 r_2$ [Ω]及び漏れリアクタンス$x = x_1 + a^2 x_2$ [Ω]

(2)の条件における等価回路は図 1-1 のようになる。

無負荷試験時の結果より，

$$\begin{aligned}P_{1\mathrm{s}} &= rI_{1\mathrm{n}}^2\\ r &= \frac{P_{1\mathrm{s}}}{I_{1\mathrm{n}}^2}\\ &= \frac{1200}{15.152^2}\\ &\fallingdotseq 5.2269 \quad \rightarrow \quad 5.23\ [\Omega]\end{aligned}$$

となる。また，短絡インピーダンスの大きさZ_{s}は，

$$\begin{aligned}Z_{\mathrm{s}} &= \frac{218}{15.152}\\ &\fallingdotseq 14.388\ [\Omega]\end{aligned}$$

となるので，漏れリアクタンスの大きさは，

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{Z_{\mathrm{s}}^2 - r^2}\\ &= \sqrt{14.388^2 - 5.23^2}\\ &\fallingdotseq 13.404 \quad \rightarrow \quad 13.4\ [\Omega]\end{aligned}$$

と求められる。

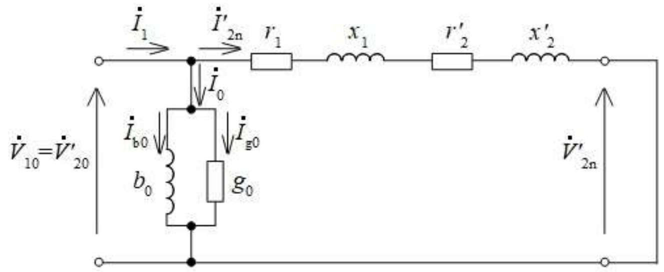


図 1-1

(4)電圧$\dot{V}'_{20}(=\dot{V}_{10})$及び電流$\dot{I}_1$，$\dot{I}_{\mathrm{g0}}$，$\dot{I}_{\mathrm{b0}}$のベクトルを書き足す

図 2-2 の通りとなる。

【作成手順】

① $\dot{I}'_{2\mathrm{n}}$に平行に$r\dot{I}'_{2\mathrm{n}}$を描く。

① $\dot{I}'_{2\mathrm{n}}$ に垂直に $x\dot{I}'_{2\mathrm{n}}$ を描く。

③ $\dot{V}'_{20} = \dot{V}'_{2\mathrm{n}} + r\dot{I}'_{2\mathrm{n}} + x\dot{I}'_{2\mathrm{n}}$となるように$\dot{V}'_{20}$を描く。

④ $\dot{V}'_{20}$と平行に$\dot{I}_{\mathrm{g0}}$，垂直に$\dot{I}_{\mathrm{b0}}$を，$\dot{I}_{\mathrm{g0}} + \dot{I}_{\mathrm{b0}} = \dot{I}_0$となるように描く。

⑤ $\dot{I}_0 + \dot{I}'_{2\mathrm{n}} = \dot{I}_1$ となるように描く。

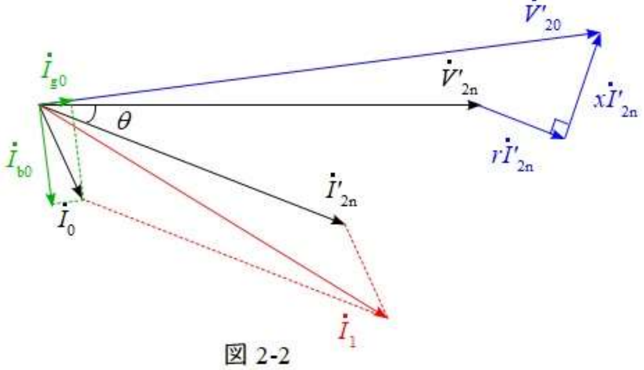


図 2-2

(5)近似式の証明

(4)のベクトル図より，二次側換算した等式は,

$$
\begin{aligned}
V_{20} &= \sqrt{(V_{2n} + RI_{2n}\cos\theta + XI_{2n}\sin\theta)^2 + (XI_{2n}\cos\theta - RI_{2n}\sin\theta)^2} \\
&= V_{2n}\sqrt{\left(1 + \frac{RI_{2n}}{V_{2n}}\cos\theta + \frac{XI_{2n}}{V_{2n}}\sin\theta\right)^2 + \left(\frac{XI_{2n}}{V_{2n}}\cos\theta - \frac{RI_{2n}}{V_{2n}}\sin\theta\right)^2} \\
&= V_{2n}\sqrt{(1 + q_R\cos\theta + q_X\sin\theta)^2 + (q_X\cos\theta - q_R\sin\theta)^2} \\
&= V_{2n}\sqrt{1 + q_R^2\cos^2\theta + q_X^2\sin^2\theta + 2q_R\cos\theta + 2q_Rq_X\cos\theta\sin\theta + 2q_X\sin\theta + q_X^2\cos^2\theta - 2q_Rq_X\cos\theta\sin\theta + q_R^2\sin^2\theta} \\
&= V_{2n}\sqrt{1 + q_R^2 + q_X^2 + 2q_R\cos\theta + 2q_X\sin\theta} \\
&\fallingdotseq V_{2n}\sqrt{1 + 2q_R\cos\theta + 2q_X\sin\theta} \\
&\fallingdotseq V_{2n}(1 + q_R\cos\theta + q_X\sin\theta)
\end{aligned}
$$

となる。

問題文で与えられた近似は「二項定理の近似」といい，以下の電圧変動率の精密式（より真値に近い近似式）の導出にも利用されます。

$$
\frac{\varepsilon}{100} = q_R\cos\theta + q_X\sin\theta + \frac{(q_X\cos\theta - q_R\sin\theta)^2}{2}
$$

よって電圧変動率εは,

$$
\begin{aligned}
\varepsilon &= \frac{V_{20} - V_{2n}}{V_{2n}} \times 100 \\
&= \frac{V_{2n}(1 + q_R\cos\theta + q_X\sin\theta) - V_{2n}}{V_{2n}} \times 100 \\
&= (q_R\cos\theta + q_X\sin\theta) \times 100[\%]
\end{aligned}
$$

と求められる。

と求められる。

(3)一次及び二次の漏れリアクタンスを合成したリアクタンスの二次側換算値 [Ω]

ワンポイント解説「1.変圧器の一次側，二次側換算」の通り，一次漏れリアクタンスの二次側換算値 x_1' は，

$$\begin{aligned} x_1' &= x_1 \times \frac{1}{a^2} \\ &= 0.32 \times \frac{1}{2^2} \\ &= 0.08\ [\Omega] \end{aligned}$$

となる。よって，一次及び二次の漏れリアクタンスを合成したリアクタンスの二次側換算値 $x_1' + x_2$ は，

$$\begin{aligned} x_1' + x_2 &= 0.08 + 0.12 \\ &= 0.20\ [\Omega] \end{aligned}$$

と求められる。

(4)負荷接続時の変圧器二次電圧 V_{2ab} [V] 及び V_{2cb} [V]

題意より，一次電圧の二次換算電圧を $V_{1ab}' = 200$ [V] として，二次側換算の一相分等価回路は図 1 のようになる。

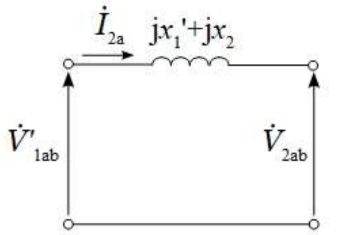


図 1

図 1 より，$\dot{V}_{1ab}'$ を基準にベクトル図を描くと，$\dot{I}_{2a}$ は $\dot{V}_{1ab}'$ より $\frac{\pi}{6}$ 遅れているので，図 2 のようになる。図 2 より，$\dot{I}_{2a}$ の大きさは，

$$\begin{aligned} \dot{I}_{2a} &= 100\left(\cos\frac{\pi}{6} - \mathrm{j}\sin\frac{\pi}{6}\right) \\ &= 50\sqrt{3} - \mathrm{j}50\ [\mathrm{A}] \end{aligned}$$

であるから，$\dot{V}_{2a}$ は，

$$\begin{aligned} \dot{V}_{2ab} &= \dot{V}_{1ab}' - \mathrm{j}(x_1' + x_2)\dot{I}_{2a} \\ &= 200 - \mathrm{j}0.20 \times \left(50\sqrt{3} - \mathrm{j}50\right) \\ &= 190 - \mathrm{j}10\sqrt{3}\ [\mathrm{V}] \end{aligned}$$

となるので，その大きさは，

$$\begin{aligned} V_{2ab} &= \sqrt{190^2 + \left(10\sqrt{3}\right)^2} \\ &\fallingdotseq 190.79 \quad \rightarrow \quad 191\ [\mathrm{V}] \end{aligned}$$

と求められる。

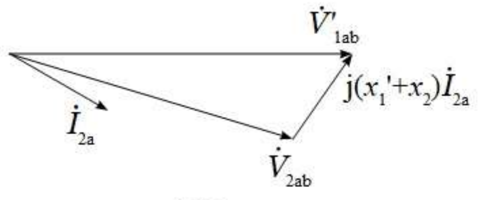


図 2

同様に $\dot{V}_{1ab}'$ を基準に $\dot{V}_{2cb}$ のベクトル図を描くと，図 3 のようになる。図 3 より，$\dot{I}_{2c}$ の大きさは，

$$\begin{aligned} \dot{I}_{2c} &= 100\left(\cos\frac{\pi}{2} - \mathrm{j}\sin\frac{\pi}{2}\right) \\ &= \mathrm{j}100\ [\mathrm{A}] \end{aligned}$$

であり，$\dot{V}_{1cb}'$ の大きさは，

$$\begin{aligned} \dot{V}_{1cb}' &= -\dot{V}_{1bc}' \\ &= -\left(-100 - \mathrm{j}100\sqrt{3}\right) \\ &= 100 + \mathrm{j}100\sqrt{3} \end{aligned}$$

であるから，$\dot{V}_{2cb}$ は，

$$\begin{aligned} \dot{V}_{2c} &= \dot{V}_{1c}' - \mathrm{j}(x_1' + x_2)\dot{I}_{2c} \\ &= 100 + \mathrm{j}100\sqrt{3} - \mathrm{j}0.20 \times \mathrm{j}100 \\ &= 120 + \mathrm{j}100\sqrt{3}\ [\mathrm{V}] \end{aligned}$$

となり，その大きさは，

$$\begin{aligned} V_{2cb} &= \sqrt{120^2 + \left(100\sqrt{3}\right)^2} \\ &\fallingdotseq 210.71 \quad \rightarrow \quad 211\ [\mathrm{V}] \end{aligned}$$

と求められる。

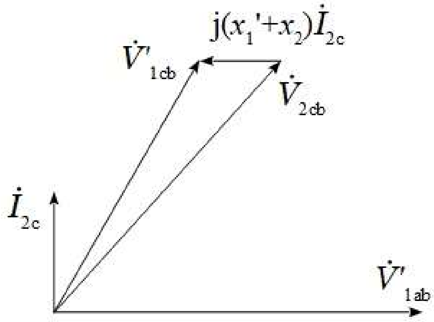


図 3

(5) 2 台の変圧器がそれぞれ負荷に供給する電力 [kW]

遅れ無効電力を正として，それぞれが負荷に供給する電力を求めると，

$$\begin{aligned} \mathrm{Re}\left[\dot{V}_{2ab}\bar{I}_{2a}\right] &= \mathrm{Re}\left[\left(190 - \mathrm{j}10\sqrt{3}\right)\left(50\sqrt{3} + \mathrm{j}50\right)\right] \\ &= \mathrm{Re}\left[10000\sqrt{3} + \mathrm{j}8000\right] \\ &\fallingdotseq 17300\ [\mathrm{W}] \quad \rightarrow \quad 17.3\ [\mathrm{kW}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{Re}\left[\dot{V}_{2cb}\bar{I}_{2c}\right] &= \mathrm{Re}\left[\left(120 + \mathrm{j}100\sqrt{3}\right)(-\mathrm{j}100)\right] \\ &= \mathrm{Re}\left[10000\sqrt{3} - \mathrm{j}12000\right] \\ &\fallingdotseq 17300\ [\mathrm{W}] \quad \rightarrow \quad 17.3\ [\mathrm{kW}] \end{aligned}$$

と求められる。

※ 試験センターでは一次入力から電力を求める方法を別解としておりますが，これぐらいの計算であったら普通に計算すれば良いと思います。

> ?
>
> $\mathrm{Re}\left[\dot{V}_{2cb}\bar{I}_{2c}\right]$ は $\dot{V}_{2cb}\bar{I}_{2c}$ の実部を表す演算子です。$\dot{V}_{2cb}\bar{I}_{2c}$ の虚部を表す演算子は $\mathrm{Im}\left[\dot{V}_{2cb}\bar{I}_{2c}\right]$ となります。